

## Ángulos Notables y Complementarios 10°-2016

### OBJETIVOS

- Identificar los Ángulos Notables con sus propiedades.

### Ángulos Notables:

#### Razones trigonométricas de 30° y 60°

La altura divide al triángulo equilátero en dos triángulos rectángulos iguales cuyos ángulos miden 90°, 60° y 30°. Si aplicamos el teorema de Pitágoras obtenemos la altura en función del lado:

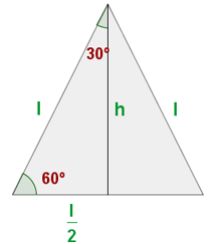
$$h = \sqrt{l^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{3l^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2} l$$

$$\text{sen } 30^\circ = \frac{\frac{l}{2}}{l} = \frac{1}{2} \quad \text{sen } 60^\circ = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} l}{l} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{cos } 30^\circ = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} l}{l} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{cos } 60^\circ = \frac{\frac{l}{2}}{l} = \frac{1}{2}$$

$$\text{tg } 30^\circ = \frac{\frac{l}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2} l} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad \text{tg } 60^\circ = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} l}{\frac{l}{2}} = \sqrt{3}$$



#### Razones trigonométricas de 45°

La diagonal divide al cuadrado en dos triángulos rectángulos iguales cuyos ángulos miden 90°, 45° y 45°. Si aplicamos el teorema de Pitágoras obtenemos la diagonal en función del lado:

$$\text{sen } 45^\circ = \frac{l}{l\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{cos } 45^\circ = \frac{l}{l\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{tg } 45^\circ = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 1$$

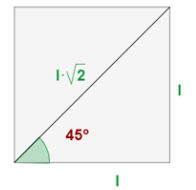


Tabla 1 (Ángulos Complementarios: Son Aquellos que suman 90°)

$\alpha$	0°	30°	45°	60°	90°
<b>Función</b>	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\text{sen}(\alpha)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\text{cos}(\alpha)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\text{tan}(\alpha)$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	N.D
$\text{cot}(\alpha)$	N.D	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0
$\text{csc}(\alpha)$	N.D	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	1
$\text{Sec}(\alpha)$	1	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{2}$	2	N.D

### Ejercicios

1. Hallar el valor de las siguientes expresiones trigonométricas (sin calculadora).

a)  $\text{Sen}30^\circ + \text{Cos}60^\circ$       b)  $\sqrt{2} \text{Sen}45^\circ - \text{Tan}^2 45^\circ$       c)  $\text{Sen}^2 60^\circ + \text{Cos}^2 60^\circ$       d)  $\text{Sen}30^\circ \text{Csc}30^\circ$

e)  $\text{Cos}\pi/3 \text{Sec } \pi/3$       f)  $(\text{Sen}\pi/4)/(\text{Cos}\pi/4)$       g)  $(\text{Sen}60^\circ + \text{Cos}60^\circ)(\text{Tan}^2 45^\circ + \text{Cot}45^\circ)$

h)  $\text{Sen}30^\circ - \text{Cos}60^\circ$       i)  $\frac{\text{Tan } 60^\circ + \text{Cos } 30^\circ}{\text{Tan } 45^\circ} + \frac{\text{Tan } 30^\circ - \text{Sen } 30^\circ}{\text{Cos}60^\circ}$

2. Complete con el signo en el respectivo cuadrante el siguiente cuadro:

Función Cuadrante	Senθ	Cosθ	Tanθ	Cotθ	Secθ	Cscθ
I						
II						
III						
IV						

3. Dado el valor de una función en su respectivo cuadrante. Encuentra el valor de las otras funciones.

- a)  $\text{Sen}\theta = 3/5$     II Cuadrante
- b)  $\text{Cos}\beta = -1/2$     III Cuadrante
- c)  $\text{Tan}\alpha = -1$     IV Cuadrante

4. Encuentre el valor de las siguientes expresiones trigonométricas:

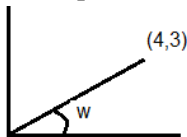
- a)  $1 - \text{Sen}^2 30^\circ$
- b)  $1 - \text{Cos}^2 60^\circ$
- c)  $\text{Sec}^2 30^\circ - \text{Tan}^2 30^\circ$
- d)  $\text{Csc}^2 45^\circ - \text{Cot}^2 45^\circ$

5. Dado el valor de una función en su respectivo cuadrante, encuentre el valor de las demás funciones.

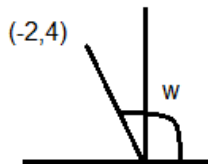
- a)  $\text{Sen}\theta = \sqrt{3}/2$     II Cuadrante
- b)  $\text{Cos}\beta = -3/4$     III Cuadrante
- c)  $\text{Tan}\alpha = -1/2$     IV Cuadrante
- d)  $\text{Cot}\theta = 2$     III Cuadrante
- e)  $\text{Cos}\alpha = -7/8$     II Cuadrante
- f)  $\text{Sen}\beta = -1/3$     III Cuadrante

6. Calcular el valor de las funciones trigonométricas para cada uno de los siguientes ángulos:

- a)  $\text{Sen}w =$                        $\text{Cot}w =$
- $\text{Cos}w =$                        $\text{Sec}w =$
- $\text{Tan}w =$                        $\text{Csc}w =$



- b)  $\text{Sen}w =$                        $\text{Cot}w =$
- $\text{Cos}w =$                        $\text{Sec}w =$
- $\text{Tan}w =$                        $\text{Csc}w =$



- c)  $\text{Sen}w =$                        $\text{Cot}w =$
- $\text{Cos}w =$                        $\text{Sec}w =$
- $\text{Tan}w =$                        $\text{Csc}w =$

