

Taller de Recuperación de Matemáticas 10° - Noviembre 2018

NOTAS:

La presentación del taller resuelto se valorará con el 30% de la nota final.

La sustentación escrita se valorará con el 70% de la nota final. (Consta de 5 puntos del mismo taller seleccionados al azar)

A. Razones y Proporciones

1. Un grupo formado por 9 hombres que trabajan todos con igual eficiencia ejecuta una obra trabajando durante 28 días a razón de 6 horas diarias. Determine cuántos días hubieran tenido que trabajar 7 hombres del mismo grupo para realizar la misma obra, trabajando a razón de 8 horas diarias. ¿En cuánto tiempo podrían ejecutar la misma obra dos de los obreros del grupo?
2. Un grupo de 8 obreros, los cuales trabajan todos con la misma eficiencia, ejecuta una cierta obra trabajando durante 20 días. ¿En cuánto tiempo podrían ejecutar la misma obra dos de los obreros del grupo?
3. Una partícula con velocidad constante recorre 1.200 m en 80 segundos. Determine: a. Qué distancia recorrerá en media hora. b. Qué tiempo tardará en recorrer 1.500 m.
4. Para hacer 180 m de una obra, 15 obreros han trabajado 12 días, a razón de 10 horas por día. ¿Cuántos días de 8 horas necesitarán 32 obreros para hacer 600 m de la misma obra?
5. Si 12 obreros se tardan 30 días en acabar una obra, ¿cuántos obreros se necesitarán para acabar la misma obra en 24 días?

B. Calculo Porcentual

6. Entre dos locales A y B hay almacenados un total de 2.000 sacos de azúcar. Si del local A se transporta el 20% al local B, entonces en los dos locales habrá el mismo número de sacos. ¿Cuántos sacos había en cada local?
7. Se dispone de dos tipos de acero: el tipo A, que contiene 5% de níquel, y el tipo B, que contiene 40%. Se desea saber qué cantidad de cada tipo será necesario emplear para obtener 70 toneladas de un nuevo tipo de acero que contenga el 30% de níquel.
8. Se han mezclado 40 g de alcohol con cierta cantidad de agua, de tal modo que el alcohol utilizado representa el 20% de la mezcla resultante. Calcule la cantidad de agua que contiene la mezcla.
9. Halle de qué número es 546 el 9% menos.
10. Halle de qué número es 408 el 70% más.

C. Potenciación

11. Simplificar: $\frac{3^{-1} + 2^{-1}}{2^{-1} - 2^{-1}}$

12. Simplificar: $\left(\frac{a^{-2} + a^{-1} \cdot b^{-1}}{a^{-2} - a^{-1} \cdot b^{-1}} \right)^{-1}$

13 Simplificar: $\left(\frac{9^n + 27^n}{3^n + 9^n} \right)^{1/n}$

14. Simplificar: $\frac{2^{n+1}}{(2^n)^{n-1}} \div \frac{4^{n+}}{(2^{n-1})^{n+1}}$

15. Simplificar: $\frac{2^x \cdot 4^{x+1}}{3 \cdot 8^x} \cdot \frac{3^{4x}}{16} \cdot \frac{36}{81^x} (2^{2x} + 4^x)^{-3}$

D. Radicación

16. Racionalizar: $\frac{3 + \sqrt{6}}{5\sqrt{3} - 2\sqrt{12} - \sqrt{32} + \sqrt{50}}$

17. Racionalizar: $\left(\frac{\sqrt{p+q} - \sqrt{p-q}}{\sqrt{p+q} + \sqrt{p-q}}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{p + \sqrt{p^2 - q^2}}{p}\right)^{-1}$

18. Racionalizar: $\left(\frac{9^{\frac{n+1}{4}} \cdot \sqrt{3 \cdot 3^n}}{3 \cdot \sqrt{3^{-n}}}\right)^{\frac{1}{n}}$

19. Racionalizar: $\frac{3\sqrt{8} + 5\sqrt{18}}{\sqrt{2}}$

20. Racionalizar: $\frac{1}{2 - \sqrt[3]{3}}$

E. Ecuaciones

21. Resolver: $x + 3y = 8$

$$x + 8y = 18$$

22. La diferencia entre el cuadrado del consecutivo de un número y el doble del cuadrado del mismo número es igual, al doble del anterior del número, disminuido en 1 unidad. Halla el número, el siguiente y el anterior.

23. Una pieza rectangular es 4 cm más larga que ancha. Con ella se construye una caja de 840 cm^3 cortando un cuadrado de 6 cm de lado en cada esquina y doblando los bordes. Halla las dimensiones de la caja.

24. Dos estantes contienen en total 40 libros. Al traspasar 5 libros de un estante a otro, resulta que uno queda con el triple del otro. ¿Cuántos libros había originalmente en cada estante?

25. $5x + 2 = 7x + 3$

F. Progresiones Aritméticas

26. La suma de los primeros 15 términos de una progresión aritmética es 360. Halle el primer término y la diferencia común si el término de lugar 15 es 39.

27. Halle la suma de los 10 primeros términos de la progresión aritmética $-5, -1, 3, 7, \dots$

28. Encuentre una progresión aritmética de siete términos cuyo primer término es $1/2$ y cuyo último término es $13/2$.
29. Si el cuarto término de una progresión aritmética es 14 y el noveno es 34, encuentre el primer término.
30. a sucesión 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21 es una progresión aritmética en la cual el primer término es 3 y la diferencia común es 3.

G. Progresiones Geométricas

31. Divida el número 195 en tres partes que formen una progresión geométrica cuyo tercer término exceda al primero en 120.
32. Halle la suma de una progresión geométrica en la cual el primer término es 4, el ultimo término es $1/8$ y la razón común es $1/2$.
33. Halle la suma de los 7 primeros términos de la sucesión 5, -10, 20,...
34. Si en una progresión geométrica el octavo término es 32 y el quinto es 4, halle los cuatro primeros términos.
35. Dada una progresión geométrica donde $r = 3, 1$ a 2 , halle el quinto término.

H. Introducción a los Complejos

36. Encuentre los valores de x e y para los cuales es válida la siguiente igualdad: $4 + (x + 2y)i = x + 2i$
37. Encuentre los valores de x e y para los cuales es válida la siguiente igualdad: $2x - y - 16i = 10 + 4yi$
38. Dividir: $\frac{1+2i}{3+4i}$
39. Efectuar la operación indicada y exprese en la forma estándar: $(5 - 2i) + (-3 + 6i)$
40. Efectuar la operación indicada y exprese en la forma estándar: $(7 - 2i) - (-11 - 3i)$

I. Productos Notables y Factorización

41. Factorizar: $2y^4 - 5y^2 - 12$
42. Factorizar: $x^4 + x^3 - 27x - 27$
43. Factorizar: $x^3 + 8y^3z^3$
44. Factorizar: $x^4 + x^2 + 1$
45. Factorizar: $3x^4 - 5x^2 + 2$

J. Polinomios

46. Grafique y encuentre el rango de la función cuadrática: $y = x^2 + 4x + 4$
47. Grafique y encuentre el rango de la función cuadrática: $y = -5x^2 + 10x - 8$
48. Grafique y encuentre el rango de la función cuadrática: $y = 3x^2 + 12x + 13$
49. Grafique y encuentre el rango de la función cuadrática: $y = x^2 + 1$
50. Grafique y encuentre el rango de la función cuadrática: $y = 3x^2 + x - 1$

K. Polinomios de grado Superior I

51. Hallar los ceros Reales de Polinomio $P(x) = x^4 - x^3 + 10x^2 - 28x + 18$
52. Halle todas las raíces Racionales, Irracionales y Complejas de la siguiente ecuación: $2x^5 - 3x^4 - 2x + 3 = 0$
53. Hallar todos los ceros racionales de este polinomio: $P(x) = 3x^4 - 8x^3 - 6x^2 + 17x + 6$
54. Usando la división sintética halle el cociente y el residuo de dividir $2x^4 - 13x^3 + 14x^2 + 15$ entre $x - 5$
55. Determine si $x + 1$ es un factor de $3x^3 - 7x^2 - 8x + 2$

L. Fracciones Racionales

56. Simplificar: $\frac{x^2+5x+6}{x^2-1} \cdot \frac{x^2-2x-3}{x^2-9}$

57. Simplificar: $\frac{9+6x+x^2}{9-x^2}$

58. Simplificar: $\frac{x^2+5x+6}{x+1} \div \frac{x+3}{x+4}$

59. Multiplicar: $\frac{3}{x-2} \cdot \frac{x+2}{x^2+1}$

60. Sumar: $\frac{x}{x+2} + \frac{x^2}{2x^3+1}$

M. Función Exponencial

61. Una cierta raza de conejos fue introducida en una pequeña isla hace 8 años y se estima que la población actual es de 4.100 conejos con una tasa de crecimiento del 55% anual. a. ¿Cuál fue el tamaño inicial de la población de conejos? b. Estime la población dentro de 12 años a partir de ahora. (recuerde: $m(t) = m_0 e^{kt}$)
62. Una población que experimenta un crecimiento exponencial aumenta de acuerdo con la fórmula. $m(t) = m_0 e^{rt}$, donde $m(t)$ = población al tiempo t . m_0 = tamaño inicial de la población. r = tasa de crecimiento relativo. t = tiempo. Si en 1995 la población de la Tierra era de 5.700 millones de personas, calcule la población en el año 2035 utilizando una tasa relativa de crecimiento: a. 2% anual. b. 1.6% anual.
63. Determine el monto después de 3 años si se invierten 1.000 dólares a una tasa de interés de 12% anual, continuamente compuesta. ($c(t) = p e^{rt}$)
64. Se invierte una suma de 1.000 dólares a una tasa de interés del 12% anual. Determine los montos de la cuenta después de 3 años si el interés se calcula anualmente, semestralmente, trimestralmente, mensualmente y diariamente. ($c = p(1 + \frac{r}{n})^{nt}$)
65. Si una cantidad P de dinero se invierte a 6% de interés compuesto anual, y si se supone que no se realiza ningún retiro, ¿en cuánto tiempo se duplicará el capital?

N. La Función Logarítmica

66. Escribir como un solo logaritmo: $3\log x + 2\log(x+2) - \log(x^2+4)^2$
67. Halle los valores de x que satisfacen que $\log_2 x + \log_2(x+2) = 3$
68. Evalúe $\log_4 2 + \log_4 32$
69. Evalúe $\log_2 80 - \log_2 5$
70. Halle el valor de la variable x que satisface: $\log_5(x^2 - 1) - \log(x - 1) - 2 = 0$

O. Ecuaciones Exponenciales y Logarítmicas

71. Resuelva la ecuación $4^x - 2^{x+1} = 3$
72. Resuelva para x la ecuación $\log_2(\log_3 x) = 4$
73. Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones: $2x + y = 4$
 $\log_2(x + 7) + \log_2(y - 1) = 3$
74. Resuelva para x la ecuación $\log(x + 2) + \log(x - 1) = 1$
75. Resuelva para x la ecuación $4 + 3\log(2x) = 16$

P. Trigonometría del Triángulo Rectángulo

76. Un pino gigante proyecta una sombra de 150 m de largo. Determine la altura del árbol si el ángulo de elevación del sol es de 30° .
77. Cuantos giros dará una rueda de un automóvil de 1 m de diámetro al recorrer una distancia de 100 m.
78. Si $\cos\theta = 3/4$, dibuje un triángulo rectángulo con un ángulo θ , y determine las otras cinco razones trigonométricas de θ .
79. Demuestre que en todo triángulo rectángulo, dado un ángulo θ , siempre se cumple que $1 + \cot^2\theta = \csc^2\theta$.
80. Demuestre que en todo triángulo rectángulo, dado un ángulo agudo θ , siempre se cumple que $1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$

Q. Distancia entre dos puntos

81. Dados los puntos $M(-1, -1)$ y $S(2, 3)$ establecer la distancia entre ellos y las coordenadas del punto medio
82. Si un barco X está ubicado en el océano en el punto de coordenadas $(-8, 10)$ y la embarcación Y está ubicada sobre el punto de coordenadas $(6, -5)$, calcular la distancia que los separa y el punto medio del segmento que los une.
83. Demostrar que los puntos $A(-2, 3)$, $B(5, 3)$, $C(-2, -3)$ corresponden a los vértices de un triángulo rectángulo.
84. Luisa, David, Sara y Juan juegan al tiro al blanco. El blanco se encuentra en el punto $P(2,2)$. Los resultados obtenidos fueron los siguientes: Luisa da en el punto $A(1, 9/2)$; David en el punto $B(-9/2, 1/2)$; Sara en el punto $C(4, 5/2)$ y Juan en el punto $D(5, 7/2)$ Calcular la distancia a la que quedó cada persona del blanco e indicar cuál de ellas se alejó más del blanco.
85. Determinar la longitud de las medianas de un triángulo cuyos vértices corresponden a los puntos $A(0, 0)$, $B(4, 0)$ y $C(3, 2)$. (recordar que las medianas son los segmentos trazados desde un vértice hasta el punto medio del lado opuesto).

R. Medidas de Tendencia Central

86. Las calificaciones de 40 alumnos en Matemáticas han sido las siguientes:

5, 2, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 2, 5, 5, 4, 5, 4, 1, 4, 4, 3, 3, 3, 3, 4, 2, 3, 4, 3, 4, 3, 5, 3, 5, 3, 1, 4, 3, 3, 5, 5, 3, 4.

- A. Ordene los datos en una tabla de frecuencias.
- B. Halle la moda, la mediana y la media aritmética.
- C. Realizar los diagramas de Barras y Circular

87. El número de estrellas de los hoteles de una ciudad viene dado por la siguiente serie:

3, 3, 4, 3, 4, 3, 1, 3, 4, 3, 3, 3, 2, 1, 3, 3, 3, 2, 3, 2, 2, 3, 3, 3, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 2, 1, 1, 1, 2, 2, 4, 1, 3, 4.

- A. Ordene los datos en una tabla de frecuencia.
- B. Halle la moda, la mediana y la media aritmética.
- C. Realizar los diagramas de Barras y Circular

88. Las puntuaciones obtenidas por un grupo de en una prueba han sido:

15, 20, 15, 18, 22, 13, 13, 16, 15, 19, 18, 15, 16, 20, 16, 15, 18, 16, 14, 13, 17, 18, 15, 20, 21, 15, 12, 13, 18, 19.

A. Ordene los datos en una tabla de frecuencia.

B. Halle la moda, la mediana y la media aritmética.

C. Realizar los diagramas de Barras y Circular

89. Se quiere saber el número de hijos por matrimonio de una villa. Para este propósito, se elige una muestra representativa de 60 matrimonios de ella. Se obtienen los siguientes datos:

2, 2, 4, 1, 3, 5, 3, 2, 1, 6, 3, 4, 1, 2, 0, 2, 3, 1, 7, 4, 2, 3, 0, 5, 1, 4, 3, 2, 4, 1, 5, 2, 1, 2, 4, 0, 3, 3, 2, 6, 1, 5, 4, 2, 0, 3, 2, 4, 3, 1, 3, 5, 7, 2, 1, 4, 5, 3, 4, 2.

A. Ordene los datos en una tabla de frecuencia.

B. Halle la moda, la mediana y la media aritmética.

C. Realizar los diagramas de Barras y Circular

90. En la clase de Educación Física, el profesor toma los datos de 50 alumnos sobre la estatura de cada uno de los estudiantes,

1.50 1.58 1.60 1.52 1.58 1.48 1.65 1.70 1.62 1.65 1.63 1.58 1.51 1.59 1.49 1.53 1.57 1.73 1.76 1.70 1.49 1.70 1.58
1.51 1.68 1.62 1.53 1.73 1.59 1.50 1.66 1.47 1.63 1.58 1.54 1.71 1.79 1.56 1.64 1.57 1.48 1.55 1.70 1.72 1.80 1.69
1.68 1.56 1.75 1.59

A. Ordene los datos en una tabla de frecuencia.

B. Halle la moda, la mediana y la media aritmética.

C. Realizar los diagramas de Barras y Circular

S. Ángulos

91. Un péndulo barre un ángulo de 10° . Si el arco que describe es de $\pi/2$ cm. Cual es la longitud del péndulo?

92. Un objeto viaja sobre un círculo de 5 cm de radio, barre un ángulo central de $1/3$ de radianes en 20 segundos, su velocidad lineal será?

93. Para estimar la velocidad de un río se introduce una rueda de paleta de 4 pies de radio en el agua.

Si la corriente hace que la rueda gire a una velocidad de 10 revoluciones por minuto. Cual será la velocidad de la corriente. (en millas por hora).

94. La rueda de un vehículo tiene un diámetro de 90 cm. ¿Cuántas vueltas da aproximadamente por minuto cuando viaja a 120 km/h?

95. Un barrido del minutero de un reloj de 10 a.m. a 11:05 a.m. corresponde a un ángulo cuya medida en radianes es de:

T. Razones Trigonométricas

96. Conocemos la distancia de nuestra casa a la iglesia, 137 m; la distancia de nuestra casa al depósito de agua, 211 m, y el ángulo, 43° , bajo el cual se ve desde nuestra casa el segmento cuyos extremos son la iglesia y el depósito. ¿Cuál es la distancia que hay de la iglesia al depósito de agua?
97. Desde la torre de control de un aeropuerto se establece comunicación con un avión que va a aterrizar. En ese momento, el avión se encuentra a una altura de 1 200 metros y el ángulo de observación desde la torre (ángulo que forma la visual hacia el avión con la horizontal) es de 30° . ¿A qué distancia está el avión del pie de la torre si esta mide 40 m de altura?
98. Los brazos de un compás, que miden 12 cm, forman un ángulo de 50° . ¿Cuál es el radio de la circunferencia que puede trazarse con esa abertura?
99. Los brazos de un compás, que miden 12 cm, forman un ángulo de 50° . ¿Cuál es el radio de la circunferencia que puede trazarse con esa abertura?
100. Desde un punto se observa un edificio cuya parte más alta forma con el suelo un ángulo de 30° , si avanzamos 30 metros, el ángulo pasa a ser de 45° . Calcular la altura del edificio.

U. Ecuación de la Línea Recta

101. Determinar la ecuación de la recta que pasa por el punto (3, -3) y es paralela a la recta que pasa por los puntos (3, 2) y (-5, 4)
102. Escribe la ecuación de la recta que es perpendicular a la recta $y = 3x - 5$, y pasa por el punto (0, 3)
103. Determine el valor de k en la ecuación $3x + ky + 5 = 0$ para que sea paralela a la recta representada por la ecuación $3y + x + 3 = 0$
104. Escribe ecuaciones para los lados de un cuadrado con vértices en P(1, 4), Q(4, -1), R(-1, -4) y S(-4, -1)
105. Hallar la ecuación de la recta perpendicular a $y = \frac{10 - 5x}{2}$ y que pasa por el punto $(1, \frac{5}{2})$

V. Medidas de Dispersión

106. Calcular todas las medidas de dispersión para los datos de la siguiente distribución

x	100	200	300	800
n	90	140	150	120

107. La siguiente tabla muestra los coeficientes de inteligencia de 480 niños de una escuela elemental.

C.I.	70	74	78	82	86	90	94	98	102	106	110	114	118	122	126
n_i	4	9	16	28	45	66	85	72	54	38	27	18	11	5	2

Calcular las medidas de Dispersión.

108. Calcular todas las medidas de dispersión para la siguiente distribución

X_i	5	10	15	20	25
n_i	3	7	5	3	2

109. Calcular las medidas de Dispersión para las edades de ambos grupos y explicar

A: 20, 15,10,11,20,41,33,24,17,15

B: 33,25,54,44,34,36,29,16,28,29

110. Al lanzar 200 veces un dado Camila y Juan obtuvieron los siguientes resultados. Hallar las medidas de Dispersión y explicar:

x_i	1	2	3	4	5	6
n_i (Camila)	22	19	32	36	46	45
n_i (Juan)	33	35	43	28	37	24

W. Datos Agrupados

111. Los datos que se dan a continuación corresponden a los pesos en Kg. de ochenta personas: (a) Obténgase una distribución de datos en intervalos (b) Calcúlese el porcentaje de personas de peso menor que 65 Kg. (c) ¿Cuántas personas tienen peso mayor o igual que 70 Kg. pero menor que 85? D) halle las m.t.c.

60; 66; 77; 70; 66; 68; 57; 70; 66; 52; 75; 65; 69; 71; 58; 66; 67; 74; 61; 63;
 69; 80; 59; 66; 70; 67; 78; 75; 64; 71; 81; 62; 64; 69; 68; 72; 83; 56; 65; 74;
 67; 54; 65; 65; 69; 61; 67; 73; 57; 62; 67; 68; 63; 67; 71; 68; 76; 61; 62; 63;
 76; 61; 67; 67; 64; 72; 64; 73; 79; 58; 67; 71; 68; 59; 69; 70; 66; 62; 63; 66

112. Se han medido 75 alumnos, en centímetros, obteniéndose los siguientes datos:

175 156 172 159 161 185 186 192 179 163 164 170 164 167 168 174 172 168 176 166 167 169 182 170 169
 167 170 162 172 171 174 171 155 171 171 170 157 170 173 173 174 168 166 172 172 158 159 163 163 168
 174 175 150 154 175 160 175 177 178 180 169 165 180 166 184 183 174 173 162 185 189 169 173 171 173

Agrupar estos resultados en 8 intervalos y confeccionar una tabla de frecuencias y calcular las medidas de tendencia central.

113. En una cierta ciudad, se registra el número de nacimientos ocurridos por semana durante las 52 semanas del año, siendo los siguientes los datos obtenidos:

6 4 2 8 18 16 10 6 7 5 12 8 9
 12 17 11 9 16 19 18 18 16 14 12 7 10
 3 11 7 12 5 9 11 15 9 4 1 6 11
 7 8 10 15 3 2 13 9 11 17 13 12 8

Agrupar estos resultados en intervalos y confeccionar una tabla de frecuencias y calcular las medidas de tendencia central.

114. En la tabla se muestra el número de hermanos de un grupo de personas.

- Calcular las m.t.c.
- Cuántas personas tienen $3 < \# \text{ hermanos} \leq 9$?
- Qué porcentaje de personas tienen $4 \leq \# \text{ hermanos} < 10$?

Intervalos	x_i	f_i	h_i	F_i	H_i	$x_i \cdot f_i$
[0; 2)	1	6	0,12	6	0,12	6
[2; 4)	3	11	0,22	17	0,34	33
[4; 6)	5	10	0,20	27	0,54	50
[6; 8)	7	6	0,12	33	0,66	42
[8; 10]	9	10	0,20	43	0,86	90
[10; 12]	11	7	0,14	50	1,00	77
Totales		50	1			298

115. En la tabla se muestra el peso en kg de un grupo de personas.

- Calcular las m.t.c.
- Cuántas personas $40 \leq \text{peso en kg} \leq 80$?
- Qué porcentaje de personas $40 < \text{peso en kg} < 70$?

Variable Peso	frec. abs. f	frec. acum. fa	Marca de clase xi	f · xi
30 - 40	4	4	35	140
40 - 50	8	12	45	360
50 - 60	15	27	55	825
60 - 70	10	37	65	650
70 - 80	2	39	75	150
80 - 90	1	40	85	85

Z. TAREAS

- Una empresa textil posee 25 máquinas de coser con un rendimiento del 60% para producir 450 unidades de ropa diariamente. ¿Cuántas máquinas con un rendimiento del 80% se necesitarán para producir 480 unidades?
- Juan tiene 400€ y Rosa tiene 350€. Después de comprar las dos el mismo libro a Rosa le queda las 5/6 partes de lo que le queda a Juan. ¿Cuál es el precio del libro?
- Una empresa de alquiler de coches cobra por día y por kilómetros recorridos. Un cliente pagó 160 € por 3 días y 400 km, y otro pagó 175 € por 5 días y 300 km. Averigua cuánto cobran por día y por kilómetro.
- Un ciclo completo de un semáforo tarda 60 segundos. Durante cada ciclo la luz es verde durante 25 segundos, amarillo durante 5 segundos y rojo durante 30 segundos. En un momento elegido al azar, ¿cuál es la probabilidad de que la luz NO sea verde?
- En el acondicionamiento de las aulas en la ciudad universitaria, el número de carpinteros duplica al número de electricistas. Al mes, cada carpintero gana \$1 400 y cada electricista \$1 200. Si en un mes la suma de los sueldos de todos ellos es \$48 000, ¿Cuántos carpinteros hay?