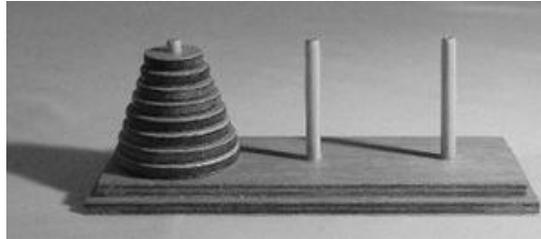


## TORRE DE HANOI - 10° 2019

Las **Torres de Hanoi** es un juego matemático que consiste en tres varillas verticales y un número indeterminado de discos que determinarán la complejidad de la solución. No hay dos discos iguales, están colocados de mayor a menor en una varilla ascendentemente, y no se puede colocar ningún disco mayor sobre uno menor a él en ningún momento. El juego consiste en pasar todos los discos a otra varilla colocados de mayor a menor ascendentemente.



**Leyenda:** Dios al crear el mundo, colocó tres varillas de diamante con 64 discos en la primera. También creó un monasterio con monjes, los cuales tienen la tarea de resolver esta Torre de Hanoi divina. El día que estos monjes consigan terminar el juego, el mundo acabará. El mínimo número de movimientos que se necesita para resolver este problema es de  $2^{64} - 1$ . Si los monjes hicieran un movimiento por segundo, los 64 discos estarían en la tercera varilla en poco menos de 585 mil millones de años. Como comparación para ver la magnitud de esta cifra, la Tierra tiene como 5 mil millones de años, y el Universo entre 15 y 20 mil millones de años de antigüedad, sólo una pequeña fracción de esa cifra.

**Resolución:** el problema de las **Torres de Hanoi** es curioso porque su solución es muy rápida de calcular, pero el número de pasos para resolverlo crece exponencialmente conforme aumenta el número de discos. Para obtener la solución más corta, es necesario mover el disco más pequeño en todos los pasos impares, mientras que en los pasos pares sólo existe un movimiento posible que no lo incluye. El problema se reduce a decidir en cada paso impar a cuál de las dos pilas posibles se desplazará el disco pequeño:

El algoritmo en cuestión depende del número de discos del problema.

- Si inicialmente se tiene un número impar de discos, el primer movimiento debe ser, colocar el disco más pequeño en la pila destino, y en cada paso impar se le mueve a la siguiente pila a su izquierda (o a la pila destino, si está en la pila origen).  
La secuencia será DESTINO, AUXILIAR, ORIGEN, DESTINO, AUXILIAR, ORIGEN, etc.
- Si se tiene inicialmente un número par de discos, el primer movimiento debe ser colocar el disco más pequeño en la pila auxiliar, y en cada paso impar se le mueve a la siguiente pila a su derecha (o a la pila origen, si está en la pila destino).  
La secuencia será AUXILIAR, DESTINO, ORIGEN, AUXILIAR, DESTINO, ORIGEN, etc.

**PARA PENSAR MÁS.....TORRE DE HANOI .....CONFIGURACIONES AL AZAR**

Un juego como este puede dar más de sí, desde el punto de vista matemático. Y, para ver que esta afirmación es cierta, a continuación van unas cuestiones para su estudio, las cuales puede que no sean fáciles de contestar.

Para fijar ideas supondremos que estamos jugando con 7 discos que están numerados desde el 0 al 6; siendo el 0 el de mayor diámetro, es decir, el que se encuentra, al principio, en la base de la torre "IZQUIERDA". Las torres no se llamarán "IZQUIERDA", "CENTRO" y "DERECHA", sino 0, 1 y 2, respectivamente. También supondremos numerados los movimientos desde el 1 en adelante, en este caso, desde 1 a 127; siendo el 1 el primer movimiento que realizamos. Y sin más preámbulo, aquí están las cuestiones:

1. ¿Qué disco se mueve en los movimientos impares? ¿Cuántas veces movemos este disco?
2. El disco 3, ¿en qué movimientos se mueve? ¿Cuántas veces lo movemos?
3. Los discos 2, 1, 0, ¿en qué movimientos se mueven? ¿Y cuántas veces lo hace cada uno?
4. Llamamos  $n_k$  al número de veces que se mueve el disco  $k$ . La sucesión de números  $n_0, n_1, n_2, n_3, n_4$  tiene un nombre particular en Matemáticas, ¿cuál?
5. En el movimiento 3 el disco 4 se mueve a la torre 1. Y en el 5, ¿a qué torre? Y en el 7, 9, ...
6. Plantearse y responder preguntas análogas a la anterior para los discos 3, 2, 1 y 0.
7. En el movimiento 12, ¿qué disco se mueve y a qué torre? ¿en qué torre se encontraba dicho disco?

Todas estas preguntas van encaminadas a encontrar una relación entre movimiento, disco y torre. O sea, sabiendo en qué movimiento nos encontramos, hallar qué disco hay que mover y a qué torre hay que moverlo.

Una tabla como la siguiente:

Nº de Mov.:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	...
Nº de Disco:	6	5	6							
Nº de Torre:	2	1	1							

nos ayudará a resolver las cuestiones. A partir de ella se puede crear otra tabla donde sólo aparezca lo referente al disco 6, otra para el disco 5, etc.

En la tabla anterior, cuando esté completa, si eliminas todas las columnas correspondientes a números de movimientos impares y después divides todos los elementos de la fila de movimientos entre 2, ¿a qué corresponde la tabla resultante?

Generalizar todo lo que se ha observado para 7 discos es el final del proceso matemático, lo cual puede ser aplicado para enseñar a un ordenador a mover discos por nosotros o para resolver cuestiones como las que siguen:

1. Si empezamos con 12 discos, con las notaciones anteriores, ¿qué disco se mueve y a qué torre en el movimiento 1.000?
2. Si son 20 discos, ¿qué disco se mueve y a qué torre en el movimiento 1.000.000?