**INSTITUCIÓN EDUCATIVA SAN JOSÉ DE VENECIA**

NIT 811019578-0

DANE 105861000199

Código ICFES 002865

**DOCENTE:** Héctor Iván Ballesteros Cano **AREA:** Matemáticas **GRADO:** 11°.1 y 2 PE**RIODO: 1°**

## Guía de Teoría de Conjuntos de Once

**OBJETIVOS:**

- **GENERALES:**
- ➢ Realiza deducciones a partir de un conjunto de premisas, de acuerdo a la validez de sus proposiciones y resuelve problemas sobre el álgebra de conjuntos.
- ➢ Organiza y mantiene en marcha iniciativas propias y colectivas, maneja y consigue recursos, trabaja con otros y tiene sentido de responsabilidad personal, colectiva y social.

- **ESPECIFICOS:**
- ➢ Identifica y realiza las operaciones entre conjuntos en forma algebraica y gráfica.
- ➢ Resuelve problemas de encuestas mediante la utilización de diagramas de Venn.

## PROGRAMACIÓN

**UNIDAD # 1: TEORÍA DE COMJUNTOS**

- Definición y Clasificación de Conjuntos
- Operaciones entre Conjuntos
- Solución de Encuestas mediante Diagramas de Venn

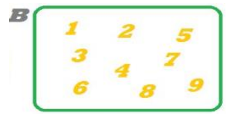
# GUÍA DE TEORIA DE CONJUNTOS 11°

## 1. CONJUNTOS

### 1.1 Definición:

Un conjunto es una colección de objetos determinados que comparten una característica en común.

, 

, 

, C = {2, 4, 6, 8, 10,…}

A cada objeto del conjunto se le denomina elemento y por lo tanto se puede establecer una relación de pertenencia ( $\in$ ) o no pertenencia a un conjunto ( $\notin$ ).
Los conjuntos se nombran con letras mayúsculas y los elementos entre llaves, separados por comas, así:
A = {a, e, i, o, u}; B= {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 }

### 1.2 Determinación de Conjuntos:

Los conjuntos se determinan por extensión y por comprensión.

- ✓ **Por Extensión:** Cuando se nombra cada uno de los elementos que componen el conjunto.
  Por ejemplo: el conjunto de todos los dígitos A= {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}
  El conjunto de las vocales B= {a, e, i, o, u}
- ✓ **Por comprensión:** Cuando se recurre a la propiedad que caracteriza los elementos del conjunto
  Por ejemplo: el conjunto de todos los dígitos A= {x/ x es un digito }
  El conjunto de las vocales B= {x/ x es una vocal}

Ejemplos: Escribir por extensión y por comprensión los siguientes conjuntos:

a) Los números primos menores que 35
Solución:
Por extensión $\rightarrow$ A= {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31}
Por Comprensión $\rightarrow$ A={x $\in$ N / x es # primo $\wedge$ 1<x<35}

b) El conjunto de los cuadrados perfectos menores que 100
Solución:
Por extensión $\rightarrow$ B= {0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81}
Por Comprensión $\rightarrow$ A= {x $\in$ Z / x= $n^2$ $\wedge$ 0 < x<100, n $\in$ $Z$}

### 1.3 Clases de Conjuntos:

- ✓ **Conjunto Universal (U):** El conjunto Universal es el conjunto formado por todos los objetos que comparten la misma característica en un contexto dado. Se denota por U y también es llamado conjunto Universo. Ejemplo:
  **U =** {lunes, martes, miércoles, jueves, viernes, sábado, domingo}
  **U** = {Mercurio, Venus, Tierra, Marte, Júpiter, Saturno, Urano, Neptuno}
- ✓ **Conjunto Vacío (∅)**, ({ }): El conjunto vacío es el conjunto formado por los elementos cuya característica no es posible. Se denota por ∅ o por { }. Ejemplo:
  A = {x / x es punto de intersección de dos rectas paralelas} = ∅
  B = {x / x es el un # par e impar a la vez} = { }
- ✓ **Conjunto Unitario:** El conjunto unitario es el conjunto formado por un único elemento que posee la característica. Ejemplo:
  A = {x / x es satélite natural del planeta tierra} = {la luna}
  B = {x / x es el módulo de la suma} = {0}

- ✓ **Conjunto Finito:** El conjunto finito es el conjunto que contiene una cantidad limitada de elementos. Ejemplo:
  A = {x / x es un color primario} = {amarillo, azul, rojo}
  B = {x / x es impar $\wedge$ $2 < x < 16$} = {3, 5, 7, 9, 11, 13, 15}
- ✓ **Conjunto Infinito:** El conjunto infinito es el conjunto que contiene una cantidad ilimitada de elementos. Ejemplo:
  A = {x / x es un # Natural} = {1, 2, 3, 4, 5, ... , }
  B = {x / x es un # Entero} = {..., -3, -2, -1, 0 , 1, 2, 3, ...}

## 1.4. Relaciones entre Conjuntos:

- ✓ **Relación de Pertenencia (∈):** Un elemento pertenece a un conjunto si cumple con las características que definen al conjunto.
  El símbolo (∈) se utiliza para expresar dicha relación. Por ejemplo:
  Si A= {a, e, i, o, u}, entonces podemos decir,
  a ∈ A, se lee, el elemento "a" pertenece al conjunto A o simplemente, "a" pertenece a A.
  h ∉ A, se lee, el elemento "h" no pertenece al conjunto A o simplemente "h" no pertenece a A.

- ✓ **Relación de Contenencia** (⊂ ): Un conjunto A está incluido en un conjunto B, si y solo si, todo elemento de A es también elemento de B.
  Se simboliza A⊂ B y se lee A esta contenido en B, o se lee A es subconjunto de B.
  Si existe por lo menos un elemento de A que no pertenece a B, se dice que A no está contenido en B y se escribe A ⊄ B.
- ✓ **Relación de Igualdad (=):** dos conjuntos A y B son Iguales si tienen exactamente los mismos elementos.
  Se simboliza A=B, si y solo si, A⊂ B y B⊂ A. Es decir yodo elemento de A pertenece a b y todo elemento de b pertenece a A.
  K = {$x \in Z^{+}$ $\wedge$ $\sqrt{x} \leq 16$}
  L = {0, 1, 2, 3, 4, 5, … , 12, 13, 14, 15, 16}
  K = L

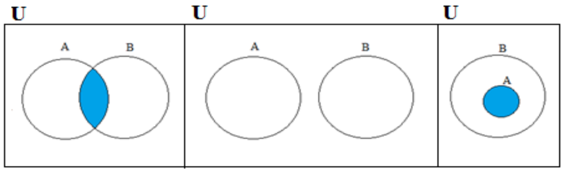
Ejemplo: Escribir por extensión y determinar alguna relación de pertenencia en los conjuntos y alguna relación de contenencia entre los conjuntos.
M= {x / x ∈ N ∧ x es divisible por 5}
N= {x / x ∈ Z ∧ x ≥ 5}

Solución:
Por extensión: M = {5, 10, 15, 20, 25,...}
N = {5, 6, 7, 8, 9, 10,...}
De pertenencia: 5∈A y 5∈B
6∉A y 6∈B
De Contenencia: M⊂ N
N⊄ M

## 1.5 Operaciones entre Conjuntos:

- ✓ **Intersección entre Conjuntos (∩):** la intersección entre dos conjuntos A y B es el conjunto formado por los elementos que pertenecen simultáneamente a A y B.
  Se simboliza A∩B y se denota así:

$A \cap B = \{x / x \in A \ \wedge \ x \in B\}$
Si el conjunto $A \cap B$ es vacío, se dice que A y B son conjuntos disyuntos: $A \cap B = \emptyset$; de lo contrario se dice que son conjuntos intersecantes: $A \cap B \neq 0$
Gráficamente se representa mediante diagramas de Venn así:




Ejemplo: Dados los conjuntos $A = \{x / x \in Z \ \wedge -4 \leq x < 5\}$

$B = \{x / x \in \mathbf{Z}^+ \ \wedge \ x \leq 6\}$

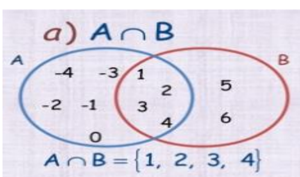
$C = \{x / x \in Z^- \ \wedge \ x^2 < 10\}$

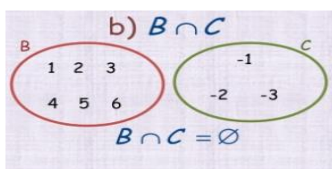
$D = \{x / x \in Z \ \wedge \ -4 < x < 0\}$

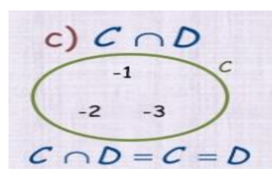
Hallar y representar en un diagrama de Venn:

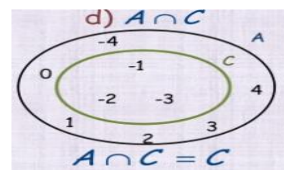
a) $A \cap B$  b) $B \cap C$  c) $C \cap D$  d) $A \cap C$

Solución:
Podemos reescribir los conjuntos por extensión para una mejor visualización:
$A = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$
$B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
$C = \{-1, -2, -3\}$
$D = \{-3, -2, -1\}$

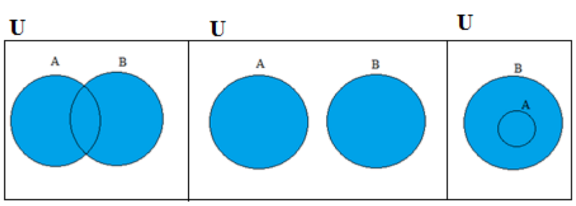



- ✓ **Unión entre Conjuntos (∪):** La Unión entre dos conjuntos A y B es el conjunto formado por los elementos que pertenecen a A, ó que pertenecen a B, o que pertenecen a ambos.
  Se simboliza $A \cup B$ y se denota así:
  $A \cup B = \{x / x \in A \vee x \in B\}$
  Gráficamente se representa mediante diagramas de Venn así:



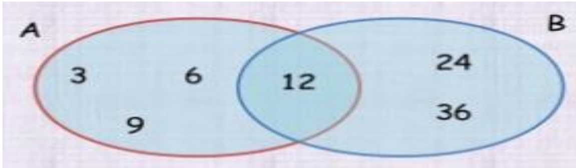

Ejemplo: Dados los conjuntos A= {x / x es múltiplo de 3 $\wedge$ $1 \leq x < 15$}

B = {x / x es múltiplo de 12 $\wedge$ $5 < x \leq 36$}

Hallar $A \cup B$ y representarlo en un diagrama de Venn.

Solución:
Podemos reescribir los conjuntos por extensión para una mejor visualización:
$A = \{3, 6, 9, 12\}$
$B = \{12, 24, 36\}$

A ∪ B = {3, 6, 9, 12, 24, 36}




**Propiedades de La Unión y la Intersección:**

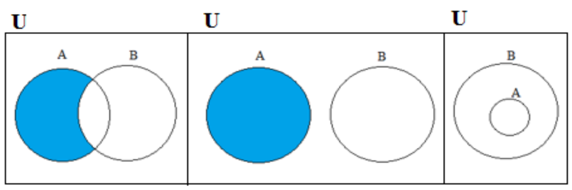
a) Conmutativa: A ∪ B = B ∪ A
A ∩ B = B ∩ A

b) Asociativa: A ∪ (B ∪ C) = (A ∪ B) ∪ C
A ∩ (B ∩ C) = (A ∩ B) ∩ C

c) Distributiva: A ∪ (B ∩ C) = (A ∪ B) ∩ (A ∪ C)
A ∩ (B ∪ C) = (A ∩ B) ∪ (A ∩ C)

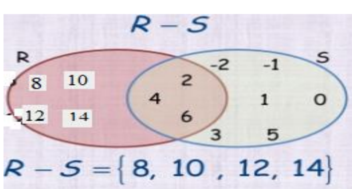
d) Absorción: A ∪ $(B \cap A)$ = A
B ∩ (A ∪ B) = B

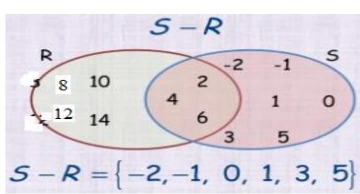
- ✓ **Diferencia entre Conjuntos ( - ):** La diferencia entre los conjuntos A y B es el conjunto formado por los elementos que pertenecen a A y no pertencen a B.
Se simboliza A - B y se denota así:
A - B = {x / x ∈ A ∧ x ∉ B}
A – B ≠ B - A
Gráficamente se representa mediante diagramas de Venn así:




Ejemplo: Dados los conjuntos R= {x / x ∈ N, x es # par ∧ x < 15}
S = {x / x ∈ Z ∧ -2 ≤ x ≤ 6}
Hallar R – S y S – R y representarlos en un diagrama de Venn.

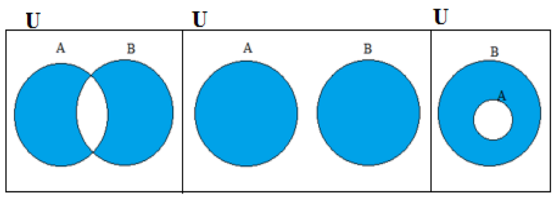
Solución:
Podemos reescribir los conjuntos por extensión para una mejor visualización:
R = {2, 4, 6, 8, 10, 12, 14}
S = {-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6}



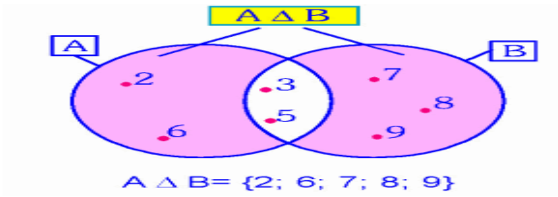

- ✓ **Diferencia simétrica (Δ):** La diferencia simétrica entre los conjuntos A y B es el conjunto formado por los elementos que pertenecen a la Unión entre A y B (A⋃B), pero no pertenecen a la intersección entre A y B (A⋂B).
Se simboliza A Δ B y se denota así:
A Δ B = {x / x ∈ (A⋃B) ∧ x ∉ (A⋂B)}

Gráficamente se representa mediante diagramas de Venn así:




Ejemplo: Dados los conjuntos A = {2, 3, 5, 6}
B = {3, 5, 7, 8, 9}
Hallar A ∆ B y representarlos en un diagrama de Venn.

Solución:

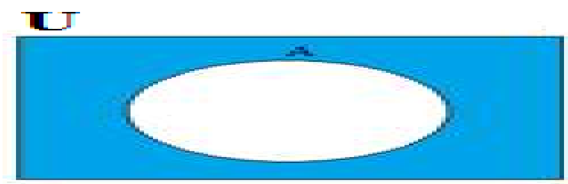



- ✓ **Complemento de un Conjunto ( A´ o $A^c$ ):** El complemento del conjunto A con respecto al conjunto Universal U es el conjunto formado por todos los elementos que le hacen falta a A para ser igual a U. $A^c$ se lee A complemento.

Se simboliza A´ o $A^c$ y se denota así:

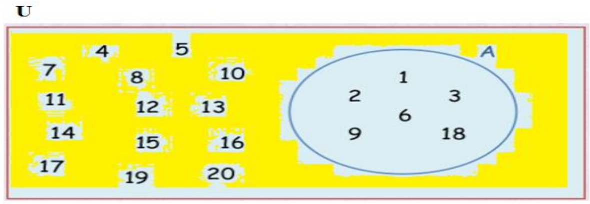
A´ = U - A = {x / x ∈ U ∧ x ∉ A}

Gráficamente se representa mediante diagramas de Venn así:




Ejemplo: Dados los conjuntos U= {x / x ∈ N, ∧ 1 ≤ x ≤ 20}
A = {x / x es divisor de 18}
Hallar A´ y representarlos en un diagrama de Venn.

Solución:
Podemos reescribir los conjuntos por extensión para una mejor visualización:
U = {1,2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20}
A = {1, 2, 3, 6, 9, 18}
A´ = {4, 5, 7, 8, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 19, 20}
A´ →



**Ejemplos:**

Dados los siguientes conjuntos $U = \{x \,/\, x \in Z \;\wedge\; 0 < x \leq 20\}$

$A = \{x \,/\, x \in Z, \text{x es \# primo} \;\wedge\; 1 \leq x < 17\}$

$B = \{x \,/\, x \in Z, \text{x es \# par} \;\wedge\; 1 < x \leq 17\}$

$C = \{x \,/\, x \in Z, \text{x es \# impar} \;\wedge\; 1 \leq x \leq 17\}$

Escribir los elementos correspondientes a cada expresión y realizar los diagramas de Venn.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1. $A \cup B$ | 2. $B \cup C$ | 3. $B \cap C$ | 4. $C \cap A$ | 5. $A - B$ | 6. $B - A$ |
| 7. $A'$ | 8. $B'$ | 9. $A \,\Delta\, B$ | 10. $B \,\Delta\, C$ | 11. $(B \cup C)'$ | 12. $(A \cap B)'$ |

Solución:

Podemos reescribir los conjuntos por extensión para una mejor visualización:

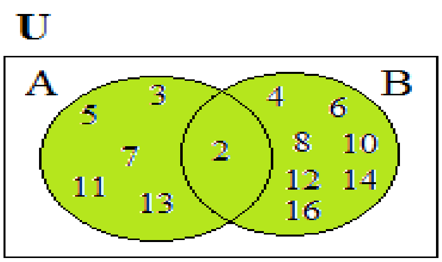
$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$

$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$

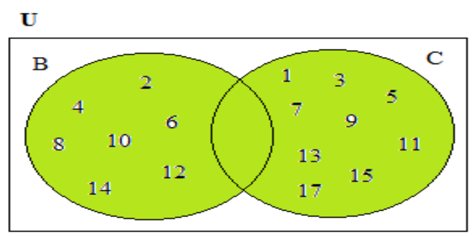
$B = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16\}$

$C = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17\}$

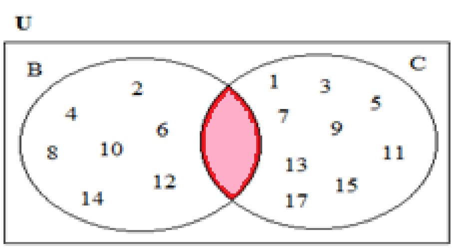
1. $A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11, 12, 13, 14, 16\}$



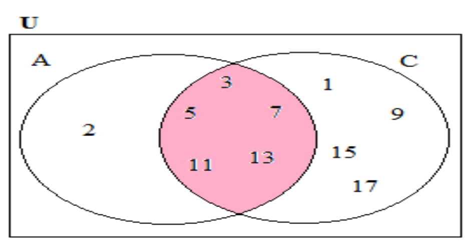

2. $B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17\}$



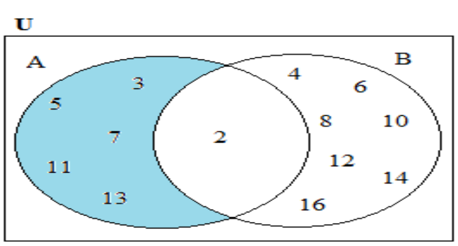

3. $B \cap C = \{\ \} = \emptyset$



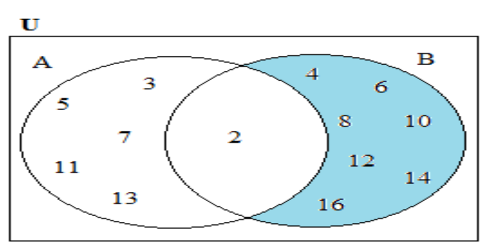

4. $C \cap A = \{3, 5, 7, 11, 13\}$



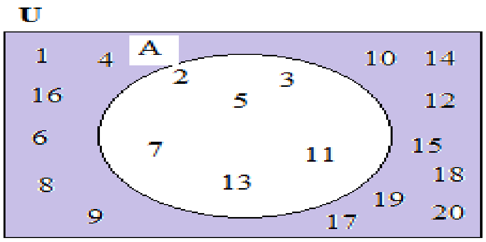

5. $A - B = \{3, 5, 7, 11, 13\}$



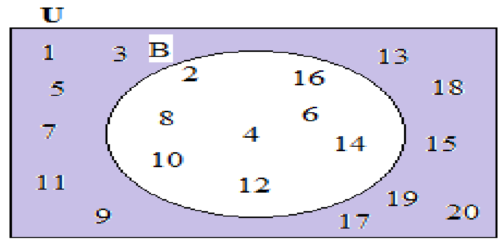

6. $B – A = \{4, 6, 8, 10, 12, 14, 16\}$



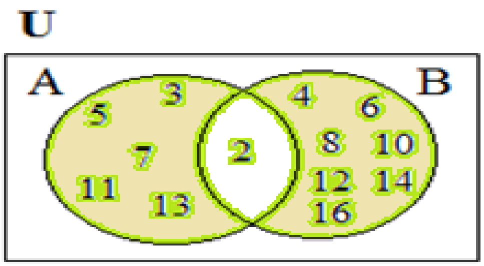
7. A´ = {1, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20}



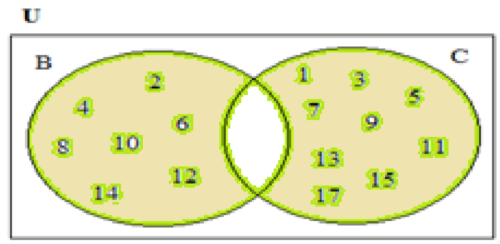

8. B´ = {1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 18, 19, 20}



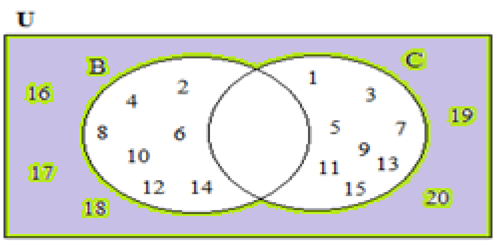

9. A Δ B = {3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11, 12, 13, 14, 16}



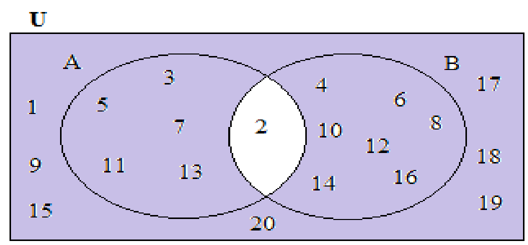

10. B Δ C = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17}



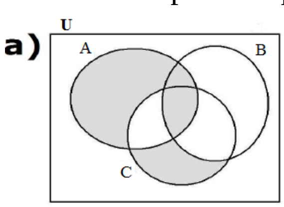

11. (B ∪ C)´ = {16, 17, 18, 19, 20}

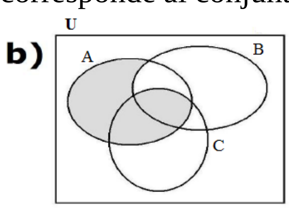



12. (A ∩ B)´ = {1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 11, 12, 13, 14 15, 16, 17, 18 19, 20}



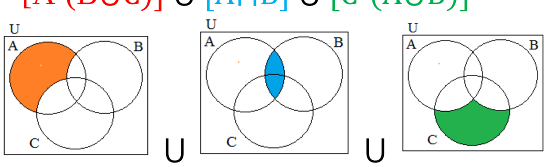

13. Escribe la expresión que corresponde al conjunto marcado en gris en el diagrama:



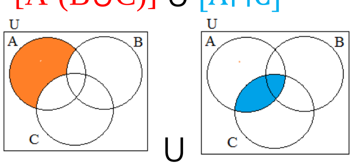




Solución.

a) [A-(B∪C)] ∪ [A∩B] ∪ [C-(A∪B)]




b) [A-(B∪C)] ∪ [A∩C]



14. Una encuesta realizada a un grupo de empleados reveló que 277 tenían casa propia; 233 poseían automóvil; 405 televisor; 165 automóvil y televisor; 120 automóvil y casa; 190, casa y televisor y 105 tenían casa, automóvil y televisor.
    a. ¿Cuántas personas fueron encuestadas?
    b. ¿Cuántas personas tienen solamente casa propia?
    c. ¿Cuántas personas tienen solamente casa y televisor?

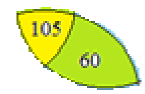
    Solución:
    Iniciamos llenando el correspondiente diagrama de Venn con los datos que nos dan, así.

1. La intersección de los 3 conjuntos, o sea, los que tiene casa, automóvil y tv. 

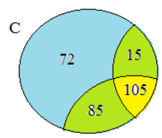

2. La intersección de dos conjuntos teniendo en cuenta los 105 del centro.

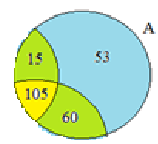
   (120 automóvil y casa) 

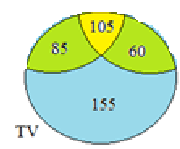
   (190 casa y tv) 

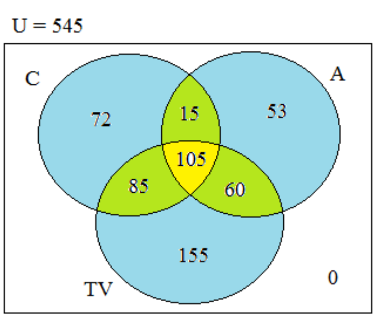
   (165 automóvil y tv) 


3. Los conjuntos solos:

   (277 Casa propia) 

   (233 automóvil) 

   (405 tv) 

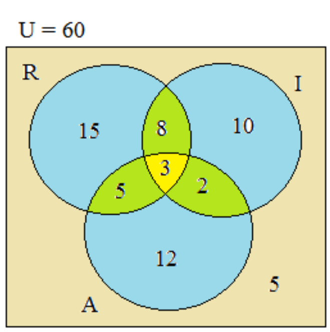




R / a) Fueron encuestadas 545 personas (El Universal)

R / b) 72 personas tienen casa propia solamente, 72 personas

R/ c) 85 personas tienen solamente casa y tv

15. De un total de 60 alumnos del primer curso de Idiomas de la UdeA: 15 estudian solamente ruso, 11 estudian ruso e inglés, 12 estudian sólo alemán; 8 estudian ruso y alemán; 10 estudian sólo inglés; 5 estudian inglés y alemán; y 3 los tres idiomas. Determina:
    a) ¿Cuántos no estudian ningún idioma? b) ¿Cuántos estudian alemán?
    c) ¿Cuántos estudian sólo alemán e inglés? d) ¿Cuántos estudian ruso?

    Solución: 


R/ a) 5 alumnos no estudian ningún idioma

R/ b) 22 alumnos estudian Alemán

R/ c) 2 alumnos estudian solo Alemán e Inglés

R/ d) 31 alumnos estudian Ruso

TALLER

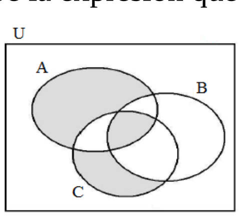
1. Escribe simbólicamente las afirmaciones siguientes:
   a) v pertenece al conjunto M
   b) El conjunto Z no es un subconjunto del conjunto A
   c) El conjunto T contiene como subconjunto al conjunto H
   d) El conjunto X no contiene al conjunto K
   e) Entre los elementos del conjunto G no está el número 2

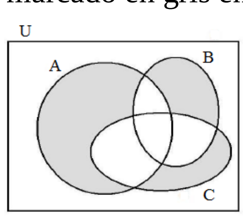
2. Completa las proposiciones siguientes con los símbolos $\in$ o $\notin$:
   a) 2 ___ {1, 3, 5, 7}
   b) 0 ___ Ø
   c) América ___ { x / x es el nombre de un país }
   d) 3 ___ $\{ x \in \mathbb{N} / 2 < x < 6 \}$
   e) 12/8 ___ $\mathbb{N}$

3. Definir por extensión cada uno de los siguientes conjuntos:
   a) $A=\{x \in \mathbb{Z} / x^2 = 4\}$
   b) Q={x / x es una letra de la palabra calcular}
   c) C={x ∈ ℤ / x es positivo y negativo}
   d) $B=\{x \in \mathbb{Z} / x - 2 = 5\}$
   e) T={x / x es una cifra del número 2324}

4. Sean los conjuntos: V ={d }, W={c , d }, X ={a , b , c}, Y={a , b} y Z={a , b , d }. Establece la veracidad de las siguientes afirmaciones, justificando en cada caso tu respuesta:
   a) $Y \subset X$
   b) $W \neq Z$
   c) $V \not\subset Y$
   d) X =W
   e) $Z \supset V$

5. Sea U = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12} el conjunto universal. Consideremos los subconjuntos, A = {1, 3, 5, 7, 9, 11}, B = {2, 3, 5, 7, 11}, C = {2, 4, 8} y D = {2, 3, 6, 12}. Determina los conjuntos:
   a) $A \cup (B \cup C)$
   b) $B \cap (C \cap D)$
   c) $(B - C)'$
   d) $(C \Delta D)'$
   e) $(D \cap A') - C$

6. Escribe la expresión que corresponde al conjunto marcado en gris en el diagrama:
   a)



   b)


7. Se preguntó a unas cuantas madres de alumnos de nuestro instituto sobre si leen o no alguna de las revistas “La Marqueza”, “Sólo Para Mujeres” y “Buena Comida” y se obtuvieron los siguientes resultados: 48 leen “La Marqueza“, 40 leen “Sólo Para Mujeres”, 34 leen “Buena Comida”, 25 leen “La Marqueza” y “Sólo Para Mujeres”, 14 leen “Sólo Para Mujeres” y “Buena Comida”, 23 leen “La Marqueza” y “Buena Comida” y 3 madres leen las tres revistas. Se pide ilustrar el problema con un diagrama de Venn y responder:
   a) Cuál es el número de madres entrevistadas?
   b) ¿cuántas de ellas leen sólo una de las tres revistas?

8. Un club consta de 78 personas, de las cuales 50 juegan al fútbol, 32 al baloncesto y 23 al voleibol. Seis figuran en los tres deportes y 10 no practican deporte alguno.
   a) ¿Cuántas personas practican sólo un deporte?
   b) ¿cuántas practican sólo dos deportes?
   c) ¿Cuántas practican al menos dos deportes?
   d) ¿Cuántas practican a lo sumo dos deportes?

9. Determina el número de alumnos de una clase, si se sabe que cada uno participa en al menos una de las tres seminarios de ampliación de las asignaturas Matemáticas, Física o Química. 48 participan en el de Matemáticas, 45 en el de Física, 49 en el de Química, 28 en el de Matemáticas y Física, 26 en el de Matemáticas y Química, 28 en el de Física y Química y 18 en los tres seminarios.
   a) ¿Cuántos alumnos participan en los seminarios de Física y Matemáticas, pero no en el de Química?
   b) ¿Cuántos participan sólo en el de Química?

10. La empresa Kia ha decidido aumentar su producción de coches, por lo que saca a concurso 22 plazas de trabajo para titulados en ingeniería. Los aspirantes han de ser ingenieros mecánicos, ingenieros en electricidad o ingenieros químicos. Los ingenieros en mecánica han de ser 11, los ingenieros en electricidad han de ser 12 y en química han de ser 10. Algunos puestos han de ser ocupados por ingenieros con doble titulación, en concreto, 5 han de ser ingenieros mecánicos y en electricidad, 4 han de serlo en mecánica y química, y 4 en electricidad y química. Algunas de las plazas ofrecidas deben ser ocupadas por ingenieros con triple titulación.
    a) ¿Cuántos ingenieros han de poseer triple titulación?
    b) ¿Cuántos puestos hay para ingenieros que tengan únicamente la especialidad en electricidad?
    c) ¿Cuántas plazas se ofrecen para ingenieros especializados en electricidad y química pero no en mecánica?

## Bibliografía


- https://medium.com/@matematicasdiscretaslibro/cap%C3%ADtulo-7-teoria-de-conjuntos-5ef84ea70025
- https://es.slideshare.net/xavierzec/teoria-de-conjuntos-8430633
- https://edu.gcfglobal.org/es/los-conjuntos/operaciones-entre-conjuntos/1/
- http://profe-alexz.blogspot.com/2014/01/diagramas-de-venn-con-3-conjuntos.html