



## INSTITUCIÓN EDUCATIVA SAN JOSÉ DE VENECIA

NIT 811019578-0

DANE 105861000199 -Código ICFES 002865

**DOCENTE:** Héctor Iván Ballesteros Cano

**AREA:** Matemáticas

**HORAS:** 1ª, 2ª, 3ª y 4ª Martes

**PERIODO:** 3º

**MONITOR:** Juan Pablo Granados

**GRADO:** 11º.1 y 2

**TEMA:** Dominio y Rango y Sucesiones

**LOGRO:** -Reconoce la importancia del concepto de función dentro de la Matemática y su utilización para modelar situaciones de la vida diaria. -Reconoce la importancia del concepto de Límite como fundamento para el desarrollo del cálculo diferencial e integral.

**ACTIVIDAD:** Comprender los conceptos de Relación y función e identificar sus gráficas, Dominios y Rangos e interpretar la teoría de Sucesiones como base para entender el concepto de límite.

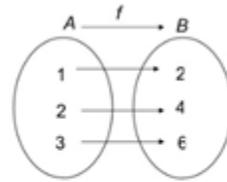
### Dominio y Rango de Funciones

**Relación  $R(x)$ :** Es la correspondencia de un primer conjunto, llamado Dominio, con un segundo conjunto, llamado Rango (Conjunto Imagen), de manera que a cada elemento del Dominio le corresponde uno o más elementos del Rango.

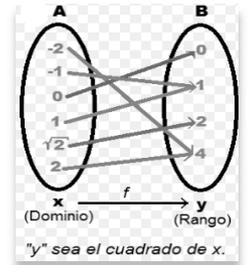
**Función  $F(x)$ :** es una relación a la cual se añade la condición de que a cada valor del Dominio le corresponde **uno y sólo un valor** del Rango.

**El dominio ( $D_f$ )** de una función es el conjunto de pre imágenes; es decir, el conjunto formado por los elementos del conjunto de partida (Dominio) que están relacionados.

**El Rango (Codominio) ( $I_f$ ):** Es el conjunto de imágenes, esto es, elementos del conjunto de llegada que están relacionados, se le denomina rango.



La relación  $f$  es una función porque a cada elemento de  $A$  le corresponde solo uno de  $B$ .



### Taller de Dominio y Rango

I. Determinar el dominio de las siguientes relaciones, definidas en los reales. Graficar.

1.  $A = \{(x,y) \in \mathbb{R} / 5x - y^2 - 3 = 0\}$
2.  $B = \{(x,y) \in \mathbb{R} / -2x + 4y^2 - 9 = 0\}$
3.  $C = \{(x,y) \in \mathbb{R} / -3x + 5y^2 + 2 = 0\}$
4.  $D = \{(x,y) \in \mathbb{R} / \frac{1}{2}x + y^2 - 4 = 0\}$
5.  $E = \{(x,y) \in \mathbb{R} / 4x + 3y^2 = 2\}$
6.  $F = \{(x,y) \in \mathbb{R} / 3x - 2y = 6\}$
7.  $G = \{(x,y) \in \mathbb{R} / -x + 5y - 2 = 0\}$
8.  $H = \{(x,y) \in \mathbb{R} / 2x - 11y - 4 = 0\}$
9.  $I = \{(x,y) \in \mathbb{R} / y^2 + x^2 = 4\}$
10.  $J = \{(x,y) \in \mathbb{R} / 3x^2 + y = 4 + 3y\}$
11.  $K = \{(x,y) \in \mathbb{R} / 2x^2 + y - 1 = 0\}$
12.  $L = \{(x,y) \in \mathbb{R} / 2x^2 - 5y - 1 = 0\}$

II) Determinar el dominio y el Rango y graficar:

1.  $M = \{(x,y) \in \mathbb{R} / 2x^2 + y - 1 = 0\}$
2.  $N = \{(x,y) \in \mathbb{R} / y = 4x^2\}$
3.  $\tilde{N} = \{(x,y) \in \mathbb{R} / 4xy - 5y + 2 = 0\}$
4.  $O = \{(x,y) \in \mathbb{R} / -xy - y - 3 = 0\}$
5.  $P = \{(x,y) \in \mathbb{R} / 3xy + 2y - 1 = 0\}$
6.  $Q = \{(x,y) \in \mathbb{R} / 6y + 2xy = 1\}$
7.  $R = \{(x,y) \in \mathbb{R} / 5xy = 4 - y\}$
8.  $S = \{(x,y) \in \mathbb{R} / y - 3 = 2xy\}$
9.  $T = \{(x,y) \in \mathbb{R} / 2y + 5 = 3xy\}$
10.  $U = \{(x,y) \in \mathbb{R} / 3y - 4 = -xy\}$
11.  $V = \{(x,y) \in \mathbb{R} / x^2 + 2y + 1 = 0\}$
12.  $W = \{(x,y) \in \mathbb{R} / y = -3x - 1\}$

## Sucesiones

Una Sucesión es un conjunto de números, uno detrás de otro en un cierto orden. Una función donde el Dominio son los Números Naturales y el Rango es un conjunto de números que siguen cierta regla en  $\mathbb{R}$ .  $\{a_n\} = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, \dots, a_n\}$

Ej1.  $\{2, 4, 6, 8, 10, \dots, a_n\}$ ;

ej2.  $\{7, 10, 13, 16, 19, \dots, a_n\}$ . Existe un término generador de la sucesión llamado "término n-ésimo ( $a_n$ )".

Ej1:  $a_n = \{2n\} = \{2(1), 2(2), 2(3), 2(4), 2(5), \dots, 2n\} = \{2, 4, 6, 8, 10, \dots, 2n\}$

Ej2:  $a_n = \{3n+4\} = \{3(1)+4, 3(2)+4, 3(3)+4, 3(4)+4, 3(5)+4, \dots, 3n+4\} = \{7, 10, 13, 16, 19, \dots, 3n+4\}$

### Tipos de sucesiones:

**1. Finitas:** La sucesión termina en un momento determinado. Ej.  $\{1/n\} = \{1, 1/2, 1/3, 1/4, 1/5, \dots, 1/n\}$

**2. Infinita:** La sucesión no termina nunca. Ej.  $\{n\} = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots, n\}$

**3. Sucesiones crecientes:** Se dice que una sucesión es creciente si cada uno de sus términos es mayor que el anterior.

$$a_{n+1} > a_n. \text{ Ej. } \{3n\} = \{3, 6, 9, 12, 15, \dots, 3n\}$$

**4. Sucesiones decrecientes:** Se dice que una sucesión es decreciente si cada uno de sus términos es menor que el anterior.  $a_{n+1} < a_n$ . Ej.  $\{5-2n\} = \{3, 1, -1, -3, -5, \dots, 5-2n\}$

**5. Sucesiones monótonas:** Se dice que una sucesión es monótona si es creciente o decreciente.

**6. Sucesiones constantes:** Se dice que una sucesión es constante si cada uno de sus términos es igual que el anterior.

$$a_{n+1} = a_n. \text{ Ej. } \{1^n\} = \{1, 1, 1, 1, 1, \dots, 1^n\}$$

**7. Sucesiones Alternantes:** Cuando cada término tiene el signo contrario que el del término que le precede.

$$\text{Ej. } \{n \cdot (-1)^n\} = \{-1, 2, -3, 4, -5, \dots, n \cdot (-1)^n\}$$

**8. Sucesiones Acotadas Inferiormente:** Se dice que una sucesión es acotada inferiormente si cada uno de sus términos es igual o mayor que un determinado valor "N" denominado cota inferior de la sucesión.  $a_n \geq N$

$$\{2^n\} = \{2, 4, 8, 16, 32, \dots, 2^n\}$$

**9. Sucesiones acotadas superiormente:** Se dice que una sucesión es acotada superiormente si cada uno de sus términos es igual o menor que un determinado valor "N" denominado cota superior de la sucesión.  $a_n \leq N$

$$\text{Ej. } \left\{ \frac{n+3}{n} \right\} = \left\{ 4, \frac{5}{2}, 2, \frac{7}{4}, \frac{8}{5}, \dots, \frac{n+3}{n} \right\}$$

**10. Sucesiones acotadas:** Se dice que una sucesión es acotada si está acotada inferiormente y superiormente. Por lo tanto, todos los términos de la sucesión son mayores o iguales que un valor " $N_1$ " y menores o iguales que un valor " $N_2$ ". Por tanto:  $N_1 \leq a_n \leq N_2$ .  $\{1/n\} = \{1, 1/2, 1/3, 1/4, 1/5, \dots, 1/n\}$

**11. Sucesiones Convergentes:** Son las sucesiones que tienen **límite finito**.  $\left\{ \frac{n}{n+1} \right\} = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{4}{6}, \dots, \frac{n}{n+1} \right\}$

**12. Sucesiones Divergentes:** Son las sucesiones que no tienen límite finito.  $\{2n+3\} = \{5, 7, 9, 11, 13, \dots, 2n+3\}$

## TALLER DE SUCESIONES

**A. Encuentre los cinco (5) primeros términos de las siguientes sucesiones y Clasificarlas.**

$$1. S_n = \left\{ \frac{2n^2}{3} \right\} \quad 2. S_n = \left\{ \frac{2n-1}{3} \right\} \quad 3. S_n = \left\{ \frac{(-1)^{n+1}}{n^2} \right\} \quad 4. S_n = \left\{ 1 - \frac{1}{2n} \right\} \quad 5. S_n = \left\{ \frac{(-1)^{n+1}}{3n-1} \right\}$$

$$6. S_n = \left\{ n + \frac{1}{2n} \right\} \quad 7. S_n = \left\{ \frac{1}{n^2+1} \right\} \quad 8. S_n = \left\{ \frac{7n+3}{2n+1} \right\} \quad 9. S_n = \left\{ \frac{3n+5}{4n+12} \right\} \quad 10. S_n = \left\{ (-1)^{n+1} \right\}$$

$$11. S_n = \left\{ \frac{2n+1}{n+3} \right\} \quad 12. S_n = \left\{ \frac{2}{1+2n^2} \right\} \quad 13. S_n = \left\{ \frac{\sqrt{n+1}}{n} \right\} \quad 14. S_n = \left\{ (2n)^{n+1} \right\} \quad 15. S_n = \left\{ \frac{2^n}{3n+1} \right\}$$

**B. Hallar el término n-ésimo de cada una de las siguientes sucesiones:**

$$1. \{S_n\} = \{1/2, 4/3, 7/4, 2, 13/6, \dots, S_n\} \quad 2. \{S_n\} = \{1/4, 2/3, 9/8, 8/5, 25/12, \dots, S_n\} \quad 3. \{S_n\} = \{1, 5, 9, 13, 17, \dots, S_n\}$$

$$4. \{S_n\} = \{3/2, 6/5, 9/8, 12/11, 15/14, \dots, S_n\} \quad 5. \{S_n\} = \{1/3, 1/5, 1/9, 1/17, 1/33, \dots, S_n\} \quad 6. \{S_n\} = \{3, 8, 13, 18, 23, \dots, S_n\}$$

$$7. \{S_n\} = \{-1/6, 1/12, -1/20, 1/30, -1/42, \dots, S_n\} \quad 8. \{S_n\} = \{-1/4, -2/9, -3/16, -4/25, -5/36, \dots, S_n\} \quad 9. \{S_n\} = \{1, 3, 5, 7, 9, \dots, S_n\}$$

$$10. \{S_n\} = \{1, 2/3, 3/9, 4/27, 5/81, \dots, S_n\} \quad 11. \{S_n\} = \{2/3, 4/6, 8/9, 16/12, 36/15, \dots, S_n\} \quad 12. \{S_n\} = \{1, -1, 1, -1, 1, \dots, S_n\}$$

$$13. \{S_n\} = \{-1, 1/4, -1/9, 1/16, -1/25, \dots, S_n\} \quad 14. \{S_n\} = \{5/2, 11/4, 17/8, 23/16, 29/32, \dots, S_n\} \quad 15. \{S_n\} = \{3/2, 2, 9/4, 12/5, 5/2, \dots, S_n\}$$