



## INSTITUCIÓN EDUCATIVA SAN JOSÉ DE VENECIA

NIT 811019578-0

DANE 105861000199 -Código ICFES 002865

**DOCENTE:** Héctor Iván Ballesteros Cano

**AREA:** Geometría

**HORAS:** 1<sup>a</sup>, 2<sup>a</sup>, 3<sup>a</sup> y 4<sup>a</sup> Lunes

**PERIODO:** 3°

**MONITOR:** Miguel Ángel Ortiz

**GRADO:** 10°.1 y 2

**TEMA:** La Elipse

**LOGRO:** - Deduce y grafica lugares geométricos como la Circunferencia, la Parábola, la Elipse y la Hipérbola y discuta su utilización en situaciones cotidianas.

**ACTIVIDAD:** Identificar la ecuación de segundo grado con todas sus características, resolver problemas cotidianos con la teoría de la Elipse y Construir la Elipse con hilogramas.

### La Elipse

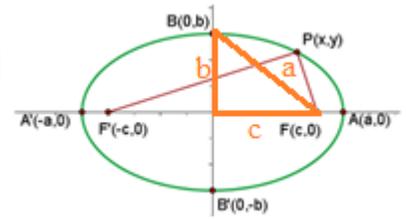
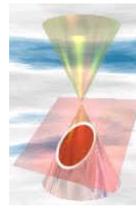
Es el lugar geométrico de los puntos del plano cuya suma de distancias a dos puntos fijos llamados focos es constante.

$$\overline{PF} + \overline{PF'} = 2a$$

$$a^2 = b^2 + c^2$$

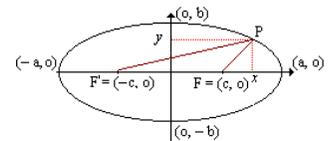
Elementos de la elipse:

1. Focos: Son los puntos fijos F y F'.
2. Eje focal: Es la recta que pasa por los focos.
3. Eje secundario: Es la mediatriz del segmento FF'.
4. Centro: Es el punto de intersección de los ejes.
5. Radios vectores: Son los segmentos que van desde un punto de la elipse a los focos: PF y PF'.
6. Distancia focal: Es el segmento de longitud 2c, c es el valor de la semi distancia focal.
7. Vértices: Son los puntos de intersección de la elipse con los ejes: A, A', B y B'.
8. Eje mayor: Es el segmento de longitud 2a, a es el valor del semieje mayor.
9. Eje menor: Es el segmento de longitud 2b, b es el valor del semieje menor.
10. Ejes de simetría: Son las rectas que contienen al eje mayor o al eje menor.
11. Centro de simetría: Coincide con el centro de la elipse, que es el punto de intersección de los ejes de simetría.



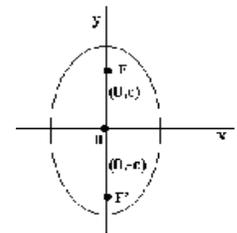
**CASO 1.** Elipses con focos F'(-c, 0), F(c, 0); c > 0; Eje mayor: Longitud 2a (2a > 0), Eje menor: Longitud 2b (2b > 0), Vértices: V1 (a,0), V2 (-a,0), V3 (0,b), V4 (0, -b). Entonces:  $PF + PF' = 2a$ .

Aplicando fórmula de distancia tenemos que:  $\boxed{x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1}$



**Caso 2.** Elipses con focos F'(0, -c) y F(0, c); c > 0; Eje mayor: Longitud 2a; Eje menor: longitud 2b, Vértices: V1 (0, a), V2 (0, -a), V3 (b, 0), V4 (-b, 0).

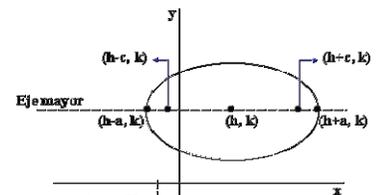
Entonces la ecuación esta dada por  $\boxed{x^2/b^2 + y^2/a^2 = 1}$



**CASO 3.** Elipse con centro en (h,k), eje mayor de 2a unidades de longitud, con  $b^2 = a^2 - c^2$  Si en vez de considerar el centro de la elipse en el punto (0, 0),

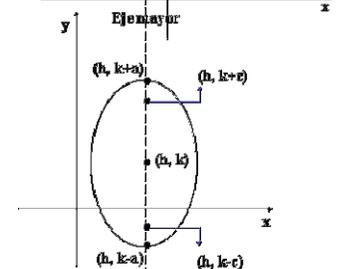
se considera el punto C (h, k), la ecuación de la elipse correspondiente, se transforma en:  $\boxed{(x-h)^2/a^2 + (y-k)^2/b^2 = 1}$

$$\boxed{(x-h)^2/a^2 + (y-k)^2/b^2 = 1}$$



**Caso 4.** Elipse con centro en (h,k), eje mayor de 2a unidades de longitud, con  $b^2 = a^2 - c^2$ , Cuando el eje mayor es paralelo al eje y y el centro esta en un punto (h, k) diferente del origen, la forma general de la ecuación está

dada por  $\boxed{(y-k)^2/a^2 + (x-h)^2/b^2 = 1}$



### Taller de la Elipse

A. Graficar e indicar los elementos las siguientes elipses

a)  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$                       d.  $9x^2/4 + 5y^2/2 = 4$   
 b)  $\frac{y^2}{9} + \frac{x^2}{4} = 1$                       e.  $5y^2 + 3x^2 = 2/3$   
 c.  $4x^2 + 9y^2 = 1$                       f.  $-16x^2 - 9y^2 + 144 = 0$

B. Determine en cada caso la ecuación de la elipse con centro (0,0)

a. V1 (0, 3) y F1 (0, 2)              b. V3 (2, 0) y F1 (0, 1)      V2 (0, -4) y F1 (0, 3)              d. V4 (0, -5) y F1 (3, 0)

C. Escriba la ecuación de la elipse que tiene vértices en

a. (3, 0), (-3, 0), (0, 5), (0, -5)    b. (0, 12), (0, -12), ( $\sqrt{10}$ , 0), ( $-\sqrt{10}$ , 0)    c. (2, 0), (-2, 0), (0, 3), (0, -3)    d. (7, 0), (-7, 0), (0, 4), (0, -4)

D. Grafique el lugar Geométrico definido por cada una de las siguientes ecuaciones. (Indique todos sus elementos)

a)  $4x^2 + 9y^2 - 16x + 18y - 11 = 0$     b)  $9x^2 + 4y^2 + 18x - 16y - 11 = 0$     c)  $25x^2 + 16y^2 + 100x - 96y - 156 = 0$   
 d)  $4x^2 + 9y^2 + 24x - 8y + 81 = 0$       e)  $4x^2 + y^2 - 8x + 6y + 9 = 0$               f)  $(x - 3)^2 / 25 + (y - 4)^2 / 16 = 1$

E. Soluciones los siguientes ejercicios:

- Si los focos de una Elipse son los puntos  $F_1 = (-4, 3)$  y  $F_2 = (2, 3)$  y el perímetro cuyos vértices son los focos y un punto de la elipse es igual a 16. Determine la ecuación de la Elipse.
- El arco de un puente es semielíptico, con un eje mayor horizontal. La base tiene 30 metros y su parte más alta con respecto a la tierra es 10 metros. Determine la altura del arco a 6 metros del centro de la base.
- Determine el valor de K para que la ecuación  $x^2 + 2y^2 + 2x + 2y = k$ , describa una elipse.
- Escribir la ecuación de la elipse que cumple con las siguientes condiciones: el centro es el origen,  $a=8$ ,  $b=6$  y el eje mayor es paralelo al eje  $y$ .
- Una galería de arte tiene un salón elíptico. La distancia máxima entre uno de sus focos y la pared es de 90.2 pies, y la distancia mínima es de 20.7 pies. Determinar la distancia entre los focos.
- Una elipse tiene valores  $a$  y  $b$  que satisfacen  $b^2 = a^2 (1 - 0.7^2)$  y la longitud de su eje mayor, que es vertical, es 20 unidades. Escribe la ecuación de la elipse si su centro está en (3, 0).
- Dibuja una elipse con centro en (-3, 7), que sea tangente a los ejes  $x$  e  $y$ . Luego escribe la ecuación en forma general.
- Todos los planetas de nuestro sistema solar describen órbitas elípticas con el sol en uno de los focos. Si la órbita de Mercurio dista del sol aproximadamente 46 millones de kilómetros en su punto más cercano y 70 millones de kilómetros en su punto más lejano, ¿cuál es la longitud del eje mayor?
- La órbita de la tierra dista aproximadamente 146.000.000 kilómetros del sol en su punto más cercano y 150.000.000 kilómetros del sol en su punto más lejano. Cuál es la longitud del eje mayor? Cuál es la distancia del sol al otro foco?
- La luna gira alrededor de la tierra siguiendo una órbita elíptica, con la tierra en uno de sus focos. la excentricidad 0.055 y la longitud del eje mayor de esta órbita es de 468,972 millas. ¿cuál es la distancia mas cercana de la tierra a la luna?.