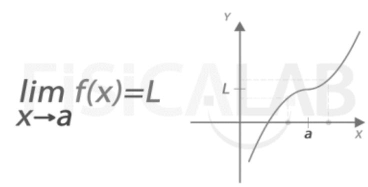
INSTITUCIÓN EDUCATIVA SAN JOSÉ DE VENECIA
NIT 811019578-0
DANE 105861000199 -Código ICFES 002865

DOCENTE: Héctor Iván Ballesteros Cano
AREA: Matemáticas **HORAS:** 1ª, 2ª, 3ª y 4ª Martes **PERIODO: 3°**
MONITOR: Wilinton Ortiz **GRADO:** 11°.1 y 2 **TEMA:** Límites y Continuidad
LOGRO: Reconoce la importancia del concepto Límite como fundamento en el desarrollo del cálculo diferencial e integral.
ACTIVIDAD: Interpretar gráficamente el concepto de límite de una función, enunciar las propiedades de los límites y aplicarlas en el cálculo del límite de una función.

Límites (Propiedades)

Definición: El **límite de una** función real *en un punto 'a'* es el valor "*L*" al que se *aproxima* la función (es decir, su coordenada *y*) a medida que la coordenada *x* se aproxima a "*a*".



1. Unicidad del límite: $\lim_{x\to a^+} f(x) = \lim_{x\to a^-} f(x) = \lim_{x\to a} f(x) = L$

2. Límite de una constante: $\lim_{x\to a} k = k$

3. Propiedad del factor constante: $\lim_{x\to a}[k\cdot f(x)] = k\cdot \lim_{x\to a} f(x)$

4. Límite de una suma: $\lim_{x\to a}[f(x)\pm g(x)] = \lim_{x\to a} f(x) \pm \lim_{x\to a} g(x)$

5. Límite de un producto: $\lim_{x\to a}[f(x)\cdot g(x)] = \lim_{x\to a} f(x)\cdot \lim_{x\to a} g(x)$

6. Límite de un cociente: $\lim_{x\to a}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right] = \frac{\lim_{x\to a} f(x)}{\lim_{x\to a} g(x)}$ **con** $lim_{x\to a} g(x) \neq 0$

7. Límite de una potencia: $\lim_{x\to a}[f(x)^k] = \left[\lim_{x\to a} f(x)\right]^k$

8. Propiedad de la función exponencial: $\lim_{x\to a}\left[k^{g(x)}\right] = k^{\lim_{x\to a} g(x)}$

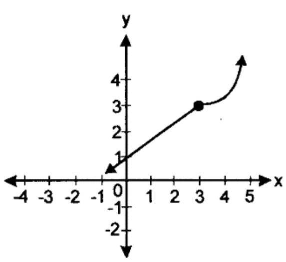
9. Propiedad de la función potencial exponencial: $\lim_{x\to a}\left[f(x)^{g(x)}\right] = \left[\lim_{x\to a} f(x)\right]^{\lim_{x\to a} g(x)}$

10. Límite de una raíz: $\lim_{x\to a}\sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x\to a} f(x)}$ $Si\ n\ es\ impar$ $f(x)\geq 0$ $Si\ n\ es\ par$

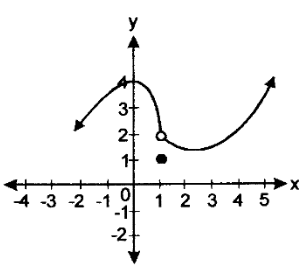
11. Límite de un logaritmo: $\lim_{x\to a}[log_a\ f(x)] = log_a\left[\lim_{x\to a} f(x)\right]$ $Si\ a > o\ \ y\ \ f(x) > 0$

Taller de Límites

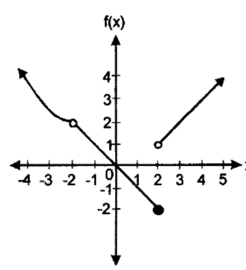
A. En los ejercicios 1 al 4, indicar si existe o no el $\lim_{x\to a} f(x)$, hallarlo. Y hallar f(a) y comparar $\lim_{x\to a} f(x) = f(a)$

1.


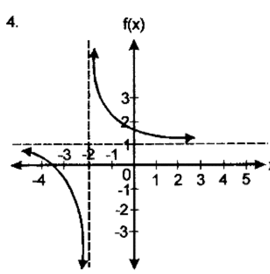
$\lim_{x\to 3} f(x)$

2.


$\lim_{x\to 1} f(x)$

3.


$\lim_{x\to -2} f(x)$, $\lim_{x\to 2} f(x)$, $\lim_{x\to 4} f(x)$

4.


$\lim_{x\to -2} f(x)$, $\lim_{x\to -1} f(x)$

B. Hallar f(a) y el $\lim_{x\to a} f(x)$

1. $f(x)=3x-1$; en a=4
2. $f(x)=3-x$; en a=1 ,
3. $f(x)=x^2+1$; en a=-1,
4. $f(x)=x^3+3$; en a=3
5. $f(x)=\begin{cases} 3-x & \text{si } x<-2 \\ 5 & \text{si } x=-2 \\ x^2+2x & \text{si } x>-2 \end{cases}$ en a=-4, a=-2, a=1
6. $f(x)=\begin{cases} x^2+2x & \text{si } x<-1 \\ 3-x & \text{si } x\geq 1 \end{cases}$ a=-3, a=-1, a= 3

C. Hallar el valor de "c" de manera que el $\lim_{x\to 2} f(x)$ exista $f(x)=\begin{cases} x+3 & \text{si } x\leq 2 \\ cx+6 & \text{si } x>2 \end{cases}$

D. Hallar los valores de b y c de manera que existan el $\lim_{x\to 1} f(x)$ y el $\lim_{x\to 3} f(x)$: $f(x)=\begin{cases} x+1 & \text{si } 1<x<3 \\ x^2+bx+c & \text{si } |x-2|\geq 1 \end{cases}$

E. Calcular los límites si existen e indicar las propiedades utilizadas.

1. $\lim_{x\to 5}(3x-7)$
2. $\lim_{x\to 2}(x^2+2x-1)$
3. $\lim_{y\to -2}(y^3+8)$

4. Si $f(x)=\begin{cases} 2 & \text{si } x<1 \\ -1 & \text{si } x=1 \\ -3 & \text{si } x>1 \end{cases}$

a) $\lim_{x\to 1^-} f(x)$

b) $\lim_{x\to 1^+} f(x)$

c) $\lim_{x\to 1} f(x)$

5. Si $f(x)=\begin{cases} x+4 & \text{si } x\leq -4 \\ 4-x & \text{si } x>-4 \end{cases}$

a) $\lim_{x\to -4^-} f(x)$

b) $\lim_{x\to -4^+} f(x)$

c) $\lim_{x\to -4} f(x)$

6. Si $f(x)=\begin{cases} x^2 & \text{si } x\leq 2 \\ 8-2x & \text{si } x>2 \end{cases}$

a) $\lim_{x\to 2^-} f(x)$

b) $\lim_{x\to 2^+} f(x)$

c) $\lim_{x\to 2} f(x)$

7. Si $f(x)=\begin{cases} x^2-4 & \text{si } x<2 \\ 4 & \text{si } x=2 \\ 4-x^2 & \text{si } x>2 \end{cases}$

a) $\lim_{x\to 2^-} f(x)$

b) $\lim_{x\to 2^+} f(x)$

c) $\lim_{x\to 2} f(x)$

8. Si $f(x)=\begin{cases} 2 & \text{si } x<-2 \\ \sqrt{4-x^2} & \text{si } -2\leq x\leq 2 \\ -2 & \text{si } x>2 \end{cases}$

a) $\lim_{x\to -2^-} f(x)$

b) $\lim_{x\to -2^+} f(x)$

c) $\lim_{x\to -2} f(x)$

9. Si $f(x)=\begin{cases} \sqrt[3]{x} & \text{si } x<0 \\ \sqrt{x} & \text{si } x>0 \end{cases}$

a) $\lim_{x\to 0^-} f(x)$

b) $\lim_{x\to 0^+} f(x)$

c) $\lim_{x\to 0} f(x)$

10. $\lim_{x\to 3}\frac{4x-5}{5x-1}$
11. $\lim_{x\to 2}\frac{m^2-5}{2m^3+6}$
12. $\lim_{y\to 1}\sqrt{\frac{8y+1}{y+3}}$
13. $\lim_{x\to 4}\sqrt[3]{\frac{x^2-3x+4}{2x^2-x-1}}$
14. $\lim_{x\to 3}(5x^2-3x+1)(x+2)$
15. $\lim_{x\to -1}\sqrt{\frac{4x^3-2x+6}{x^2+6}}$
16. $\lim_{x\to -3}\sqrt[3]{2x+6}$
17. $\lim_{x\to -2}\frac{x^2+1}{2x^2+x-6}$
18. $\lim_{x\to -1}\sqrt{\frac{x+6}{x^2+x-30}}$