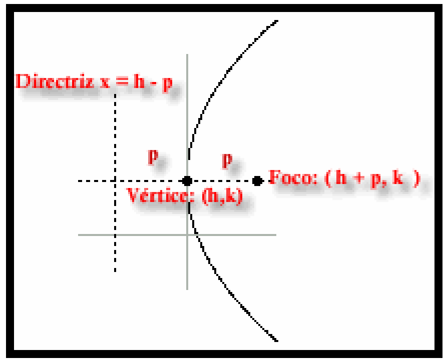
INSTITUCIÓN EDUCATIVA SAN JOSÉ DE VENECIA
NIT 811019578-0
DANE 105861000199 -Código ICFES 002865

DOCENTE: Héctor Iván Ballesteros Cano
AREA: Geometría **HORAS: 1ª**, 2ª , 3ª y 4ª Lunes **PERIODO: 3°**
MONITOR: Miguel Ángel Ortiz **GRADO:** 10°.1 y 2 **TEMA:** La Parábola

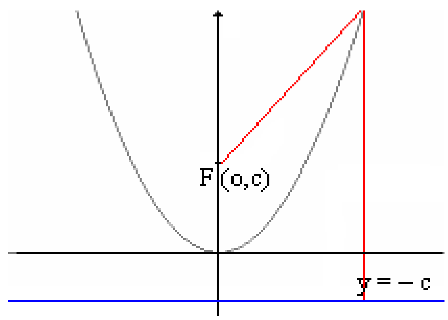
LOGRO: - Deduce y grafica lugares geométricos como la Circunferencia, la Parábola, la Elipse y la Hipérbola y discute su utilización en situaciones cotidianas.

ACTIVIDAD: Identificar la ecuación de segundo grado con todas sus características, resolver problemas cotidianos con la teoría de la Parábola y Construir la Parábola con hilogramas.

La Parábola



Se llama parábola al lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de un punto fijo, llamado foco, y de una recta fija llamada directriz. La distancia entre el foco y la directriz de una parábola recibe el nombre de parámetro de la parábola (suele denotarse por p). Dada una parábola, se llama eje de la misma la recta que contiene al foco y es perpendicular a la directriz. Se llama vértice de la parábola al punto donde ésta corta a su eje. Para simplificar la parábola, se supondrá que el vértice es el origen de coordenadas y que el foco se encuentra en el semieje positivo de abscisas.



Ecuación analítica de la parábola:
Supongamos que el foco esté situado en el punto (0, c) y la directriz es la recta $y = -c$, por lo tanto el vértice está en su punto medio (0,0), si tomamos un punto cualquiera $P = (x , y)$ de la parábola y un punto $Q = (x, -c)$ de la recta debe de cumplirse que: $PF = PQ$.
Elevando al cuadrado ambos miembros: $x^2 = 4cy$. Si la parábola no tiene su vértice en (0,0) si no en (p, q) entonces la ecuación sería: $(x- p)^2 = 4c(y - q)$
desarrollando la ecuación tendremos: $x^2 + p^2 - 2xp - 4cy + 4cq = 0$
Si hacemos $D = -2p$
$E = -4c$
$F = p^2 + 4cq$ obtendremos que es: $\mathbf{x^2 + Dx + Ey + F = 0}$, en la que podemos observar que falta el término de y^2.
$(y - y_0)^2 = \pm 2p(x - x_0)$ (Abierta arriba o Abajo) ó $(x - x_0)^2 = \pm 2p(y - y_0)$ (Abierta a la izquierda o a la derecha)

Taller

A. Resolver los siguientes ejercicios:

1. Hallar la ecuación reducida de la parábola $2x^2 + 8x + 3y - 5 = 0$. Hallar su vértice, su foco y su directriz.

2. Hallar los elementos de la parábola $y^2 - 4x + 6y + 13 = 0$

3. Encuentra la ecuación de la parábola con vértice en el origen y foco en (-7/2, 0)

4. Encuentra las coordenadas del foco y la ecuación de la directriz de la parábola $2y^2 = -7x$

5. Encontrar la ecuación de la parábola con vértice en el origen, su eje es el eje X y la ecuación de su directriz es $3x - 1 = 0$

6. Encuentra las coordenadas del foco y la ecuación de la directriz de la parábola $x^2 + 2y = 0$

7. Encuentra la ecuación de la parábola con vértice en el origen y directriz $y - 5 = 0$

8. Hallar la ecuación general de la parábola con vértice en el punto V(1, – 4) y su foco se ubica en el punto f (1, –2)

9. Hallar las coordenadas del vértice, foco y la ecuación de la directriz de la parábola cuya ecuación es

$5y^2 - 20x - 20y - 60 = 0$

10. Calcular las coordenadas del vértice y de los focos, y la ecuación de la directriz de la parábola $y^2 - 6y - 8x + 17 = 0$

B. Resolver los siguientes ejercicios:

1. Encontrar la ecuación de la parábola que satisface las condiciones dadas:

a. F(3, 0), V(2, 0)

b. F(0, 0), V(-1, 0)

c. F(2, 3), directriz: $x = 6$

d. V(-1, 4), eje focal vertical, y la parábola pasa por el punto (2, 2)

e. V(4, 4), eje focal horizontal, y la parábola pasa por el punto (2, 2)

f. Eje focal vertical, y la parábola pasa por los puntos A(-8, 5), B(4, 8) y C(16, -7)

2. Cada una de las ecuaciones descritas a continuación corresponden a parábolas. Localizar el vértice, el foco, la ecuación de la directriz, ecuación del eje focal, y la ecuación de la tangente en el vértice.

a. $y^2 + 4x - 4y - 20 = 0$ b. $y^2 - 8x + 4y + 12 = 0$ c. $y^2 + 4x + 4y = 0$

d. $4y^2 + 24x + 12y - 39 = 0$ e. $8y^2 + 22x - 24y - 128 = 0$ f. $x^2 - 6x - 12y - 15 = 0$

g. $x^2 + 4x + 4y - 4 = 0$ h. $x^2 - 8x + 3y + 10 = 0$ i. $6x^2 - 8x + 6y + 1 = 0$

C. Resuelva los siguientes problemas

1. Un túnel en forma de arco parabólico vertical, tiene una altura máxima de 10 metros y sus puntos de apoyo en el suelo están separados 24 metros. ¿El foco de la parábola está arriba del suelo o por debajo de él?, ¿a qué distancia del suelo se encuentra?

2. Una antena parabólica mide 16 m de ancho a una distancia de 6 m del vértice, ¿qué ancho tiene esa antena a la altura del foco?

3. Un túnel de una carretera tiene forma de un arco parabólico, que tiene 5m de ancho y 4m de altura, ¿Cuál es la altura máxima que puede tener un vehículo de transporte de 3m de ancho, para poder pasar por el tunel?

4. Una antena parabólica tiene 3m de ancho, en la parte donde está situado su aparato receptor. ¿A qué distancia del fondo de la antena está colocado el receptor de señales?

5. Un depósito de agua tiene sección transversal de forma cónica, si cuando el nivel cel agua alcanza una altura de 18 m, su ancho mide 24 m. Cuando el nivel del agua desciende 10 m, el nuevo ancho del nivel del agua en metros es igual a?